

n.1 – B014006

Calcola il peso dei seguenti corpi a 45° di latitudine Nord e a 0 m sul livello del mare, conoscendo la loro massa. Un sasso: 70 g; un uomo: 85 kg; un elefante: 4,2 t; un'automobile: 1300 kg; un acino d'uva: 5 g; un pallone: 450 g.

DATI

$$m_1 = 70 \text{ g}$$

$$m_2 = 85 \text{ kg}$$

$$m_3 = 4,2 \text{ t}$$

$$m_4 = 1300 \text{ kg}$$

$$m_5 = 5 \text{ g}$$

$$m_6 = 450 \text{ g}$$

CALCOLARE

$$P_1 \quad (\text{peso del sasso})$$

$$P_2 \quad (\text{peso dell'uomo})$$

$$P_3 \quad (\text{peso dell'elefante})$$

$$P_4 \quad (\text{peso dell'automobile})$$

$$P_5 \quad (\text{peso dell'acino d'uva})$$

$$P_6 \quad (\text{peso del pallone})$$

SVOLGIMENTO

$$m_1 = 70 \text{ g} = 0,070 \text{ kg}$$

$$m_2 = 85 \text{ kg}$$

$$m_3 = 4,2 \text{ t} = 4200 \text{ kg}$$

$$m_4 = 1300 \text{ kg}$$

$$m_5 = 5 \text{ g} = 0,005 \text{ kg}$$

$$m_6 = 450 \text{ g} = 0,450 \text{ kg}$$

$$P = m \cdot g$$

$$P_1 = m_1 \cdot g = 0,070 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,686 \text{ N}$$

$$P_2 = m_2 \cdot g = 85 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 833 \text{ N}$$

$$P_3 = m_3 \cdot g = 4200 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 41160 \text{ N}$$

$$P_4 = m_4 \cdot g = 1300 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 12740 \text{ N}$$

$$P_5 = m_5 \cdot g = 0,005 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 0,049 \text{ N}$$

$$P_6 = m_6 \cdot g = 0,450 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 4,41 \text{ N}$$

n.2 – B014007

Calcola la massa dei seguenti oggetti conoscendo il loro peso.

Una bustina di zucchero: 0,294 N; un pacchetto di caffè: 2,45 N; un fustino di detersivo: 49 N; una confezione di acqua minerale: 88,2 N.

DATI

$$P_1 = 0,294 \text{ N}$$

$$P_2 = 2,45 \text{ N}$$

$$P_3 = 49 \text{ N}$$

$$P_4 = 88,2 \text{ N}$$

CALCOLARE

$$m_1 \quad (\text{massa della bustina di zucchero})$$

$$m_2 \quad (\text{massa del pacchetto di caffè})$$

$$m_3 \quad (\text{massa del fustino di detersivo})$$

$$m_4 \quad (\text{massa della confezione di acqua minerale})$$

SVOLGIMENTO

$$P = m \cdot g \quad \Rightarrow \quad m = \frac{P}{g}$$

$$m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{0,294 \text{ N}}{9,8 \text{ N/kg}} = 0,030 \text{ kg} = 30 \text{ g}$$

$$m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2,45 \text{ N}}{9,8 \text{ N/kg}} = 0,250 \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

$$m_3 = \frac{P_3}{g} = \frac{49 \text{ N}}{9,8 \text{ N/kg}} = 5 \text{ kg}$$

$$m_4 = \frac{P_4}{g} = \frac{88,2 \text{ N}}{9,8 \text{ N/kg}} = 9 \text{ kg}$$

n.3 – B014008

Conoscendo la densità, calcola il peso specifico

$$d = 7860 \text{ kg/m}^3 \quad p_s = 77028 \text{ N/m}^3$$

$$d = 0,7 \text{ g/cm}^3 \quad p_s = 6860 \text{ N/m}^3$$

$$d = 1,293 \text{ kg/m}^3 \quad p_s = 12,6714 \text{ N/m}^3$$

$$p_s = 12348 \text{ N/m}^3 \quad d = 1260 \text{ kg/m}^3$$

$$p_s = 9016 \text{ N/m}^3 \quad d = 0,92 \text{ g/cm}^3$$

$$p_s = 1960 \text{ N/m}^3 \quad d = 0,2 \text{ kg/dm}^3$$

SVOLGIMENTO

$$p_s = \frac{P}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = d \cdot g \quad \Rightarrow \quad d = \frac{p_s}{g}$$

$$p_s = d \cdot g = 7860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 77028 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$p_s = d \cdot g = 0,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{0,0007 \text{ kg}}{0,000001 \text{ m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 6860 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$p_s = d \cdot g = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 12,6714 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$d = \frac{p_s}{g} = \frac{12348 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}}{9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 1260 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$d = \frac{p_s}{g} = \frac{9016 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}}{9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{920000 \text{ g}}{1000000 \text{ cm}^3} = 0,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$d = \frac{p_s}{g} = \frac{1960 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}}{9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{200 \text{ kg}}{1000 \text{ dm}^3} = 0,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

n.4 – B014009

Trasforma i valori della costante elastica della molla secondo le unità di misura indicate.

$$3 \frac{N}{m} = 0,03 \frac{N}{cm}$$

$$5 \frac{N}{cm} = 500 \frac{N}{m}$$

$$4 \frac{N}{m} = 0,4 \frac{N}{dm} = 0,004 \frac{N}{mm}$$

$$60 \frac{N}{cm} = 6000 \frac{N}{m} = 600 \frac{N}{dm} = 6 \frac{N}{mm}$$

SVOLGIMENTO

$$3 \frac{N}{m} = \frac{3 N}{100 cm} = 0,03 \frac{N}{cm}$$

$$5 \frac{N}{cm} = \frac{5 N}{0,01 m} = 500 \frac{N}{m}$$

$$4 \frac{N}{m} = \frac{4 N}{10 dm} = 0,4 \frac{N}{dm}$$

$$4 \frac{N}{m} = \frac{4 N}{1000 mm} = 0,004 \frac{N}{mm}$$

$$60 \frac{N}{cm} = \frac{60 N}{0,01 m} = 6000 \frac{N}{m}$$

$$60 \frac{N}{cm} = \frac{60 N}{0,1 dm} = 600 \frac{N}{dm}$$

$$60 \frac{N}{cm} = \frac{60 N}{10 mm} = 6 \frac{N}{mm}$$

n.5 – B014010

Una molla di costante elastica $k = 30 \text{ N/m}$ si allunga di $0,08 \text{ m}$ per effetto di una forza applicata. Determina il valore della forza.

DATI

$$k = 30 \text{ N/m}$$

$$\Delta l = 0,08 \text{ m}$$

CALCOLARE

 F (forza applicata alla molla)

SVOLGIMENTO

$$F = k \cdot \Delta l \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{F}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$F = k \cdot \Delta l = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,08 \text{ m} = 2,4 \text{ N}$$

n.6 – B014011

Un corpo del peso di 200 N viene applicato a una molla di costante elastica $k = 40\text{ N/cm}$. Determina l'allungamento prodotto.

DATI

$$F = 200\text{ N}$$

$$k = 40\text{ N/cm}$$

CALCOLARE

 Δl (allungamento subito dalla molla)

SVOLGIMENTO

$$F = k \cdot \Delta l \quad \Rightarrow \quad \Delta l = \frac{F}{k} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{200\text{ N}}{40\frac{\text{N}}{\text{cm}}} = 5\text{ cm}$$

n.7 – B014012

Una molla ha costante elastica $k = 32 \text{ N/m}$.Di quanto si allungherà se ad essa si applicheranno le seguenti forze: $0,49 \text{ N}$, $1,96 \text{ N}$, $4,9 \text{ N}$?

DATI

$$k = 32 \text{ N/m}$$

$$F_1 = 0,49 \text{ N}$$

$$F_2 = 1,96 \text{ N}$$

$$F_3 = 4,9 \text{ N}$$

CALCOLARE

 Δl_1 (allungamento subito dalla molla applicando la forza F_1) Δl_2 (allungamento subito dalla molla applicando la forza F_2) Δl_3 (allungamento subito dalla molla applicando la forza F_3)

SVOLGIMENTO

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$\Delta l_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{0,49 \text{ N}}{32 \text{ N/m}} \approx 0,01531 \text{ m} = 15,31 \text{ mm}$$

$$\Delta l_2 = \frac{F_2}{k} = \frac{1,96 \text{ N}}{32 \text{ N/m}} = 0,06125 \text{ m} = 61,25 \text{ mm}$$

$$\Delta l_3 = \frac{F_3}{k} = \frac{4,9 \text{ N}}{32 \text{ N/m}} \approx 0,1531 \text{ m} = 153,1 \text{ mm}$$

n.8 – B014013

Una molla scarica è lunga 18 cm. Se un pesino provoca un allungamento di 5 cm, determina la lunghezza finale della molla.

DATI

$$l_0 = 18 \text{ cm}$$

$$\Delta l = 5 \text{ cm}$$

CALCOLARE

$$l_1 \quad (\text{lunghezza finale della molla})$$

SVOLGIMENTO

$$\Delta l = l_1 - l_0 \quad \Rightarrow \quad l_1 = \Delta l + l_0 = 5 \text{ cm} + 18 \text{ cm} = 23 \text{ cm}$$

n.9 – B014014

Con una molla di costante elastica $k = 20 \text{ N/cm}$ si vuole determinare il valore di un peso incognito P_x . Dopo aver applicato P_x , la lunghezza della molla passa da $15,2 \text{ cm}$ a $17,2 \text{ cm}$.

a) Quanto vale P_x ?

b) Se vogliamo utilizzare la molla come dinamometro, a quanta forza corrisponderà 1 mm di allungamento della molla?

c) Il valore ricavato nel punto precedente corrisponde alla portata o alla sensibilità del dinamometro?

DATI

$$k = 20 \text{ N/cm}$$

$$l_0 = 15,2 \text{ cm}$$

$$l_1 = 17,2 \text{ cm}$$

$$\Delta l_{S_e} = 1 \text{ mm}$$

CALCOLARE

P_x (peso applicato alla molla)

S_e (sensibilità del dinamometro)

SVOLGIMENTO

$$a) \Delta l = l_1 - l_0 = 17,2 \text{ cm} - 15,2 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$P_x = k \cdot \Delta l = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 2 \text{ cm} = 40 \text{ N}$$

$$b) \Delta l_{S_e} = 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ cm}$$

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$S_e = k \cdot \Delta l_{S_e} = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 0,1 \text{ cm} = 2 \text{ N}$$

c) Il valore ricavato nel punto precedente corrisponde alla sensibilità del dinamometro.

n.10 – B016005

In laboratorio si sono ottenuti i seguenti valori durante l'esperienza sugli allungamenti elastici. La prima colonna riporta i valori dei pesi applicati a una molla, la seconda colonna i valori della lunghezza della molla.

P (N)	l (cm)	Δl (cm)	k (N/cm)
0	31,4		
0,49	32,8	1,4	0,35
0,98	34,4	3	0,3267
1,47	35,9	4,5	0,3267
1,96	37,4	6	0,3267
2,45	39,1	7,7	0,3182
2,94	40,5	9,1	0,3231
3,43	42,1	10,7	0,3206

- Completa la tabella, calcolando l'allungamento subito dalla molla e la costante di elasticità k per ogni valore di peso.
- Calcola il valor medio di k , l'errore assoluto, l'errore relativo e quello percentuale.
- Rappresenta in un diagramma cartesiano il peso e l'allungamento.
- Quale relazione matematica sussiste fra il peso e l'allungamento?
- Quanto vale il peso capace di far allungare la molla di 12 cm?
- Applicando una forza di 2,25 N, di quanto si allunga la molla?

DATI

$$l_0 = 31,4 \text{ cm}$$

$$P_1 = 0,49 \text{ N} \quad l_1 = 32,8 \text{ cm}$$

$$P_2 = 0,98 \text{ N} \quad l_2 = 34,4 \text{ cm}$$

$$P_3 = 1,47 \text{ N} \quad l_3 = 35,9 \text{ cm}$$

$$P_4 = 1,96 \text{ N} \quad l_4 = 37,4 \text{ cm}$$

$$P_5 = 2,45 \text{ N} \quad l_5 = 39,1 \text{ cm}$$

$$P_6 = 2,94 \text{ N} \quad l_6 = 40,5 \text{ cm}$$

$$P_7 = 3,43 \text{ N} \quad l_7 = 42,1 \text{ cm}$$

$$\Delta l_8 = 12 \text{ cm}$$

$$F_9 = 2,25 \text{ N}$$

CALCOLARE

$$\Delta l_1 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_1)$$

$$\Delta l_2 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_2)$$

$$\Delta l_3 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_3)$$

$$\Delta l_4 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_4)$$

$$\Delta l_5 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_5)$$

$$\Delta l_6 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_6)$$

$$\Delta l_7 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando il peso } P_7)$$

$$k_1 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_1)$$

$$k_2 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_2)$$

$$k_3 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_3)$$

$$k_4 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_4)$$

$$k_5 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_5)$$

$$k_6 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_6)$$

$$k_7 \quad (\text{costante di elasticità della molla applicando il peso } P_7)$$

$$P_8 \quad (\text{peso necessario per far allungare la molla di } 12 \text{ cm})$$

$$\Delta l_9 \quad (\text{allungamento subito dalla molla applicando la forza } F_9)$$

SVOLGIMENTO

$$a) \Delta l_1 = l_1 - l_0 = 32,8 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 1,4 \text{ cm}$$

$$\Delta l_2 = l_2 - l_0 = 34,4 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta l_3 = l_3 - l_0 = 35,9 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 4,5 \text{ cm}$$

$$\Delta l_4 = l_4 - l_0 = 37,4 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$\Delta l_5 = l_5 - l_0 = 39,1 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 7,7 \text{ cm}$$

$$\Delta l_6 = l_6 - l_0 = 40,5 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 9,1 \text{ cm}$$

$$\Delta l_7 = l_7 - l_0 = 42,1 \text{ cm} - 31,4 \text{ cm} = 10,7 \text{ cm}$$

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$k_1 = \frac{P_1}{\Delta l_1} = \frac{0,49 \text{ N}}{1,4 \text{ cm}} = 0,35 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_2 = \frac{P_2}{\Delta l_2} = \frac{0,98 \text{ N}}{3 \text{ cm}} \approx 0,3267 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_3 = \frac{P_3}{\Delta l_3} = \frac{1,47 \text{ N}}{4,5 \text{ cm}} \approx 0,3267 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_4 = \frac{P_4}{\Delta l_4} = \frac{1,96 \text{ N}}{6 \text{ cm}} \approx 0,3267 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_5 = \frac{P_5}{\Delta l_5} = \frac{2,45 \text{ N}}{7,7 \text{ cm}} \approx 0,3182 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_6 = \frac{P_6}{\Delta l_6} = \frac{2,94 \text{ N}}{9,1 \text{ cm}} \approx 0,3231 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_7 = \frac{P_7}{\Delta l_7} = \frac{3,43 \text{ N}}{10,7 \text{ cm}} \approx 0,3206 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$b) \quad k_m = \frac{k_1+k_2+k_3+k_4+k_5+k_6+k_7}{7} = \frac{(0,35+0,3267+0,3267+0,3267+0,3182+0,3231+0,3206) \frac{\text{N}}{\text{cm}}}{7} = \frac{2,292 \frac{\text{N}}{\text{cm}}}{7} \approx 0,3274 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \approx 0,33 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$E_a(a) = \frac{a_{max} - a_{min}}{2}$$

$$k_{max} = 0,35 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_{min} = 0,3182 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \approx 0,32 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$E_a(k) = \frac{k_{max} - k_{min}}{2} = \frac{(0,35 - 0,32) \frac{\text{N}}{\text{cm}}}{2} = \frac{0,03 \frac{\text{N}}{\text{cm}}}{2} = 0,015 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \approx 0,02 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_m = (0,33 \pm 0,02) \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

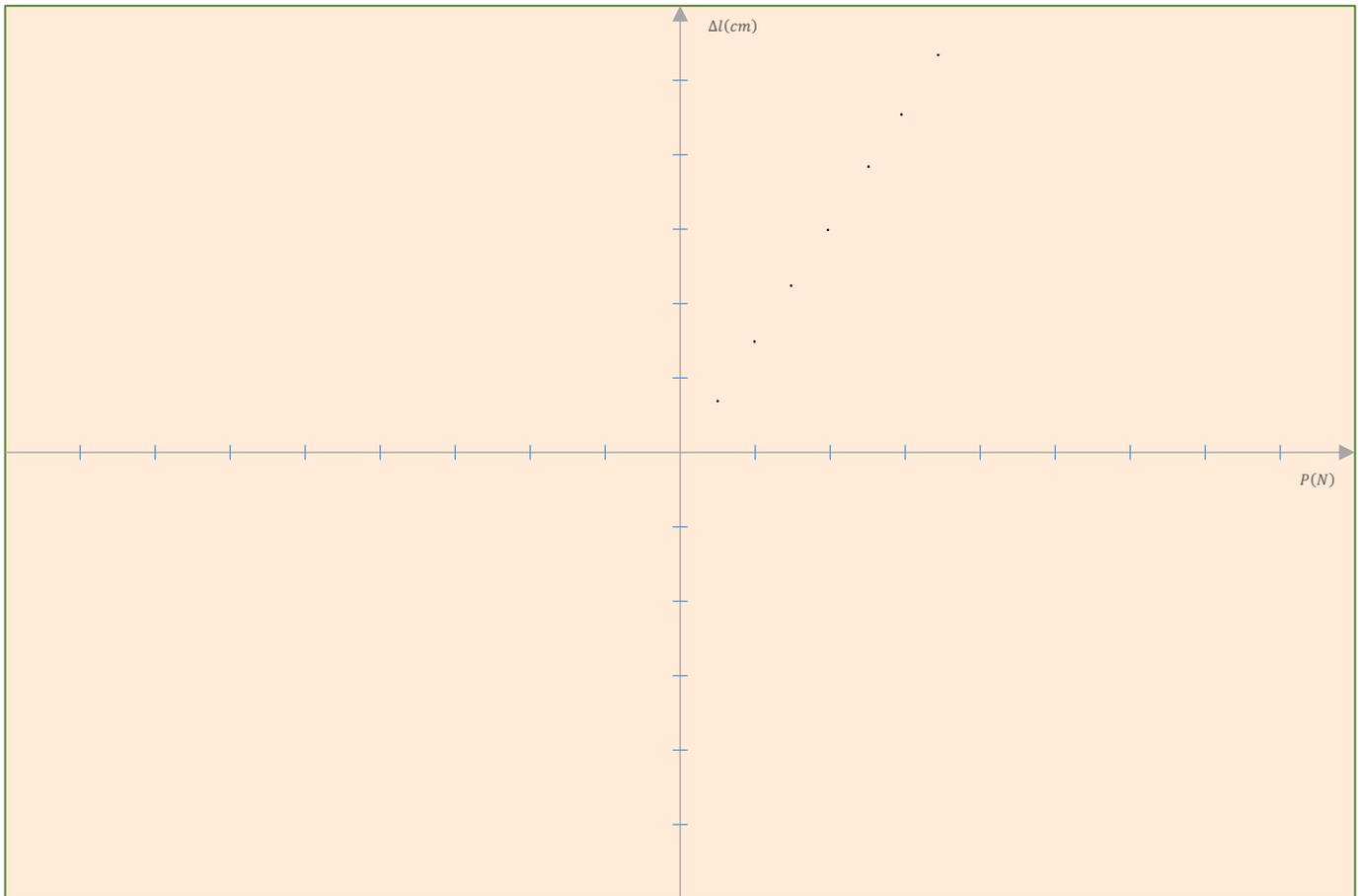
$$E_r(a) = \frac{E_a(a)}{a_m}$$

$$E_r(k) = \frac{E_a(k)}{k_m} = \frac{0,02 \frac{\text{N}}{\text{cm}}}{0,33 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} \approx 0,06060 \approx 0,06$$

$$E_r\%(a) = E_r(a) \cdot 100$$

$$E_r\%(k) = E_r(k) \cdot 100 = 0,06 \cdot 100 = 6\%$$

c)



d) Fra le grandezze fisiche peso e allungamento sussiste una relazione di proporzionalità diretta.

$$e) \quad F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$F_8 = k_m \cdot \Delta l_8 = 0,33 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 12 \text{ cm} = 3,96 \text{ N}$$

$$f) \quad F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k} \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l}$$

$$\Delta l_9 = \frac{F_9}{k_m} = \frac{2,25 \text{ N}}{0,33 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} \approx 6,8182 \text{ cm} \approx 6,82 \text{ cm}$$

n.11 – B025015

Un bambino si sposta di 20 m da Sud verso Nord e successivamente di 10 m da Ovest verso Est. Rappresenta i tratti seguiti e calcola lo spostamento complessivo.

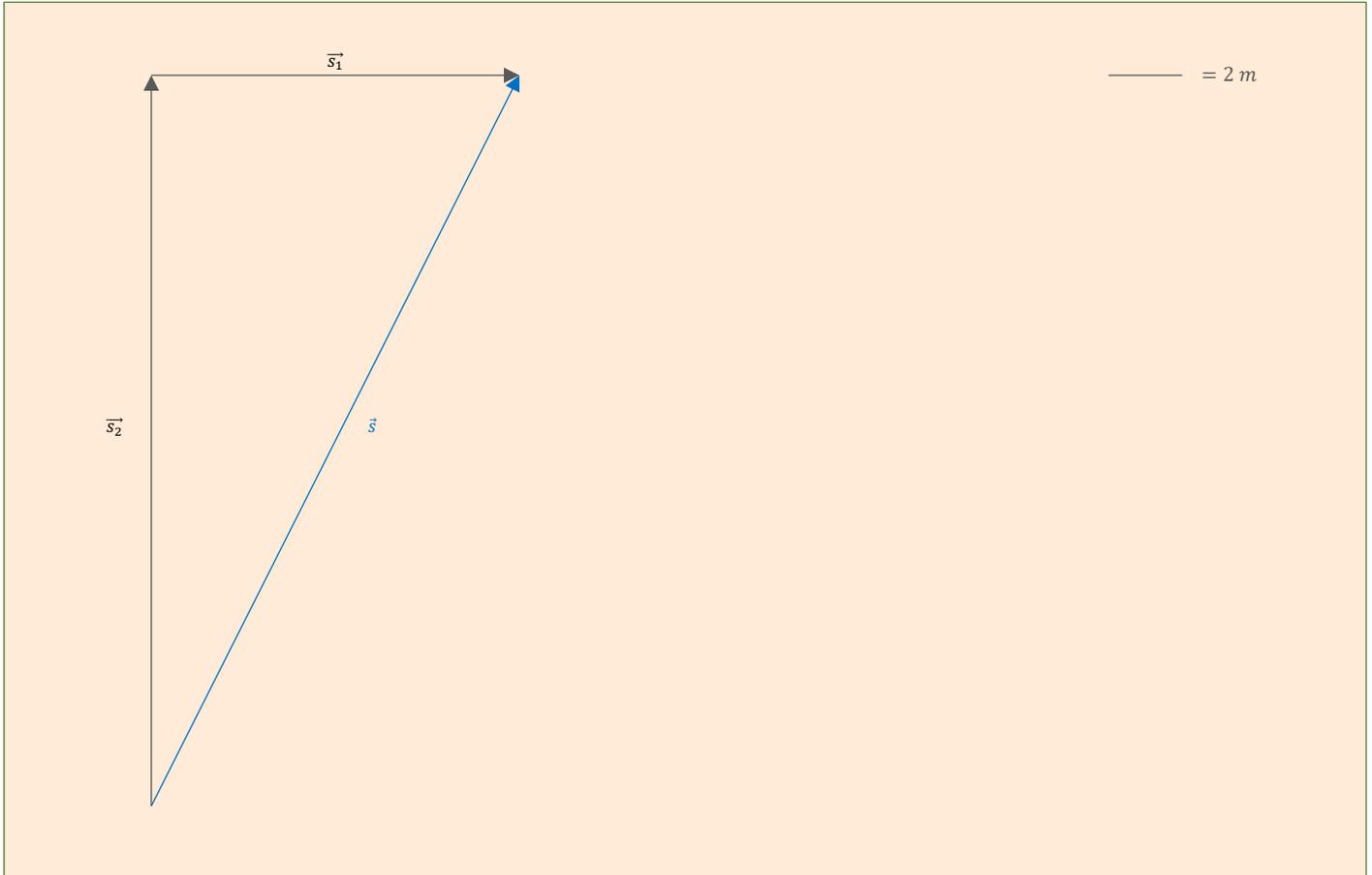
DATI

 $s_1 = 20 \text{ m da Sud verso Nord}$ $s_2 = 10 \text{ m da Ovest verso Est}$

CALCOLARE

 s (spostamento complessivo)

SVOLGIMENTO



$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{(20 \text{ m})^2 + (10 \text{ m})^2} = \sqrt{400 \text{ m}^2 + 100 \text{ m}^2} = \sqrt{500 \text{ m}^2} \approx 22,3607 \text{ m}$$

n.12 – B025016

Un bambino si sposta di 10 m da Sud verso Nord e di altri 5 m nello stesso verso. Inverte il senso di marcia e torna indietro di 7 m . Rappresenta gli spostamenti effettuati e calcola lo spostamento complessivo.

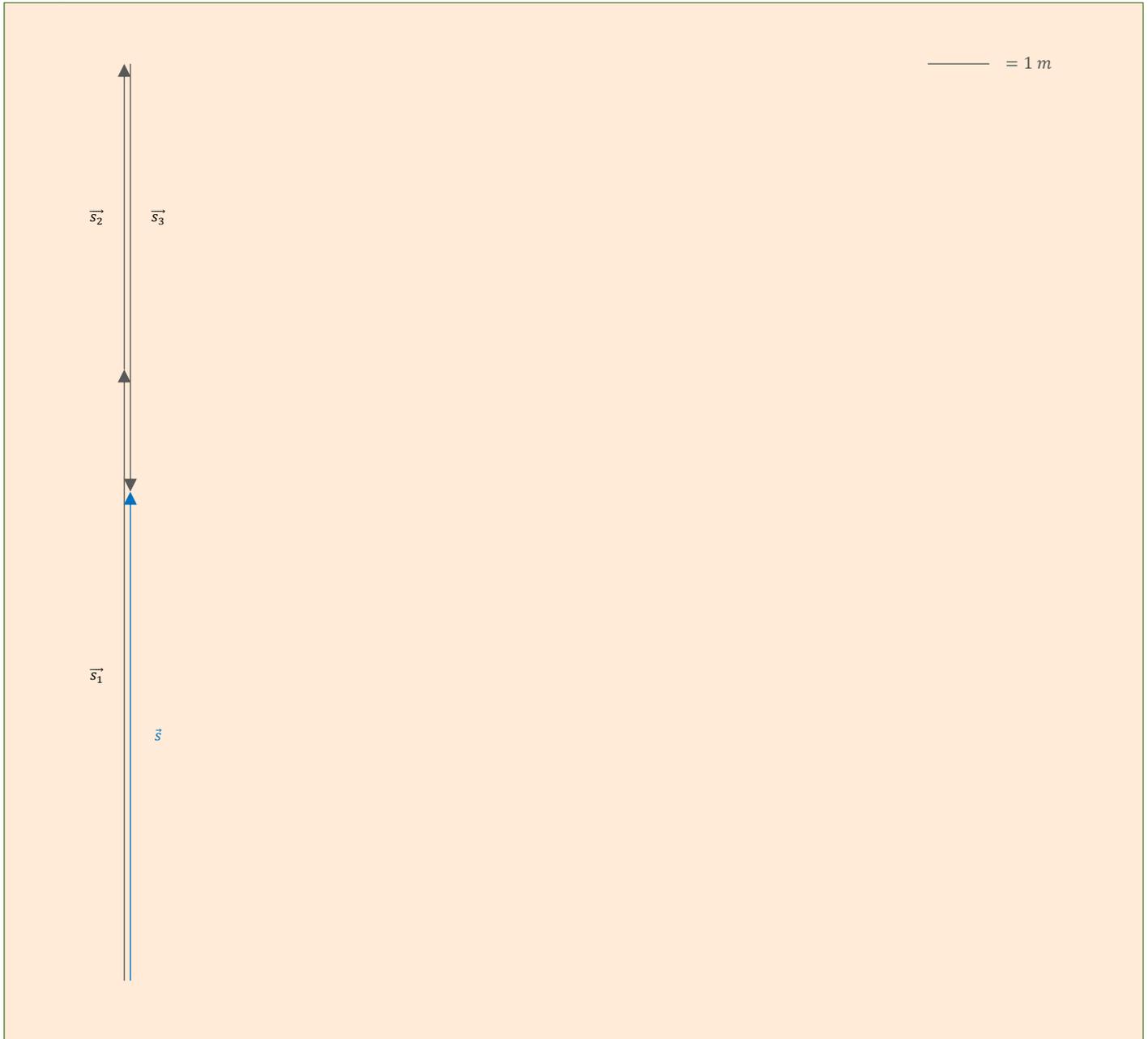
DATI

 $s_1 = 10\text{ m}$ da Sud verso Nord $s_2 = 5\text{ m}$ da Sud verso Nord $s_3 = 7\text{ m}$ da Nord verso Sud

CALCOLARE

 s (spostamento complessivo)

SVOLGIMENTO



$$s = s_1 + s_2 - s_3 = 10\text{ m} + 5\text{ m} - 7\text{ m} = 8\text{ m}$$

n.13 – B025017

Una moto si sposta seguendo questo percorso: 14,5 km verso Sud, poi 8 km verso Est e infine 9 km verso Nord. Disegna il diagramma vettoriale che rappresenta questo moto. Quale distanza dovrebbe percorrere e in quale direzione una persona che camminasse in linea retta per raggiungere lo stesso punto di arrivo?

DATI

$$s_1 = 14,5 \text{ km verso Sud}$$

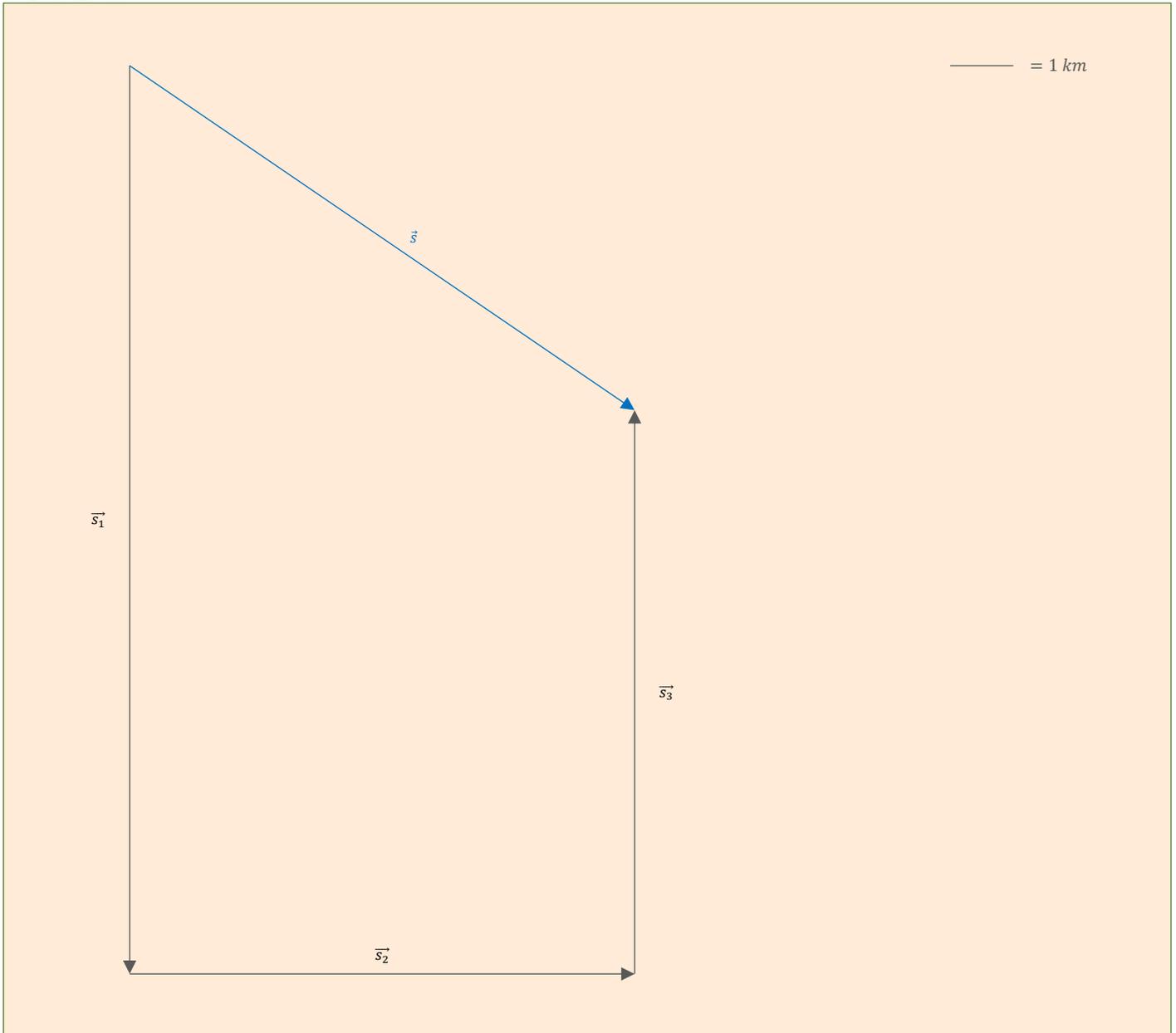
$$s_2 = 8 \text{ km verso Est}$$

$$s_3 = 9 \text{ km verso Nord}$$

CALCOLARE

s (spostamento complessivo)

SVLGIMENTO



$$s_y = s_1 - s_2 = 14,5 \text{ km} - 9 \text{ km} = 5,5 \text{ km}$$

$$s = \sqrt{s_y^2 + s_2^2} = \sqrt{(5,5 \text{ km})^2 + (8 \text{ km})^2} = \sqrt{30,25 \text{ km}^2 + 64 \text{ km}^2} = \sqrt{94,25 \text{ km}^2} \approx 9,7082 \text{ km}$$

La persona deve percorrere circa 9,71 km in direzione Sud-Est.

n.14 – B025022

Un bambino esegue, in successione, i seguenti spostamenti:

 $s_1 = 10 \text{ m verso Nord}$ $s_2 = 8 \text{ m verso Ovest}$ $s_3 = 4 \text{ m verso Sud}$ $s_4 = 6 \text{ m verso Est}$

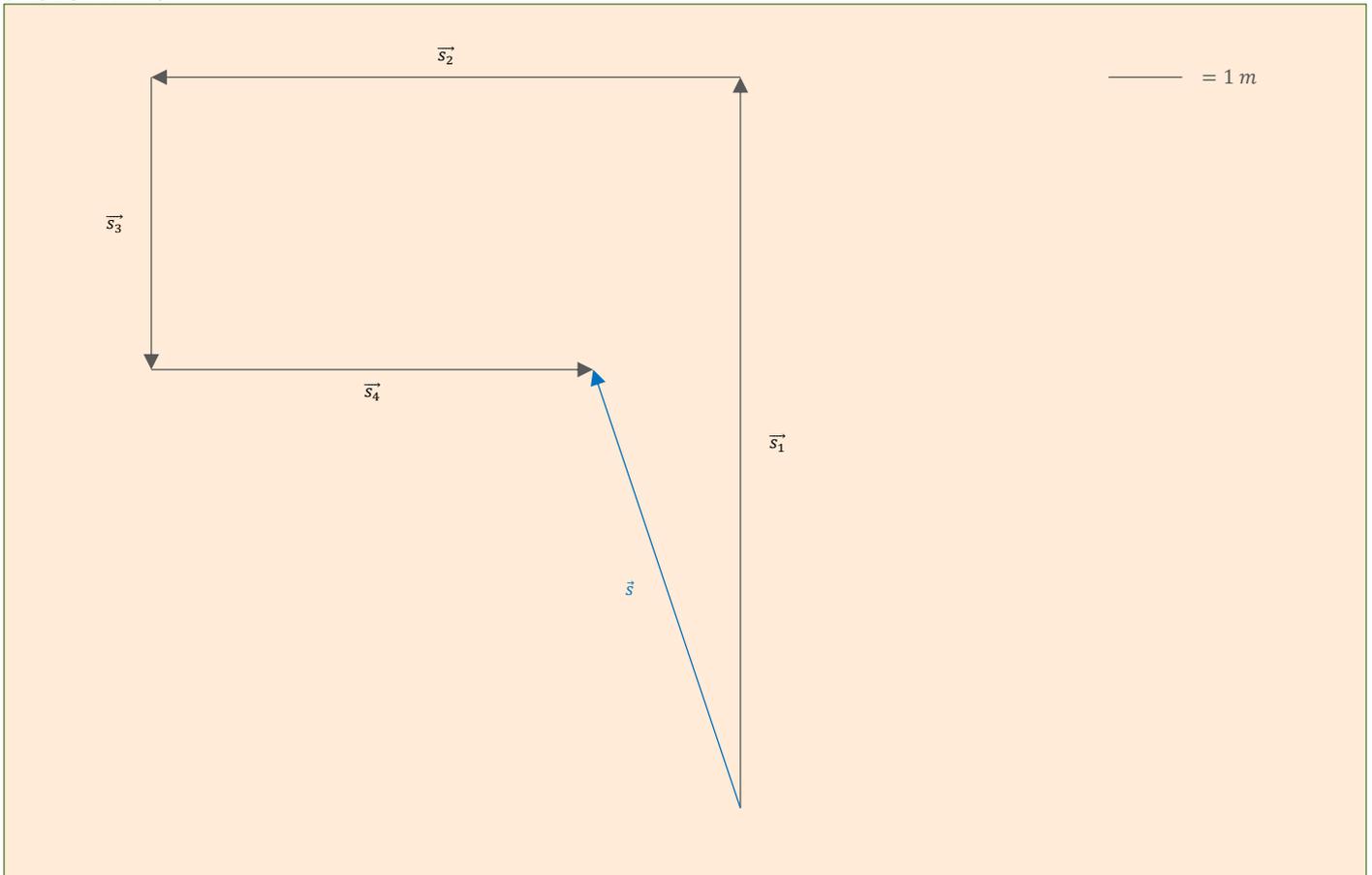
DATI

 $s_1 = 10 \text{ m verso Nord}$ $s_2 = 8 \text{ m verso Ovest}$ $s_3 = 4 \text{ m verso Sud}$ $s_4 = 6 \text{ m verso Est}$

CALCOLARE

 s (spostamento complessivo)

SVOLGIMENTO



$$s_y = s_1 - s_3 = 10 \text{ m} - 4 \text{ m} = 6 \text{ m}$$

$$s_x = s_2 - s_4 = 8 \text{ m} - 6 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{s_y^2 + s_x^2} = \sqrt{(6 \text{ m})^2 + (2 \text{ m})^2} = \sqrt{36 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2} = \sqrt{40 \text{ m}^2} \approx 6,3246 \text{ m}$$

n.15 – B025024

Un giocatore di golf, per mandare la pallina in buca, effettua in successione i seguenti lanci:

$s_1 = 30 \text{ m}$ in direzione Nord

$s_2 = 60 \text{ m}$ in direzione Est

$s_3 = 5 \text{ m}$ in direzione Sud – Ovest

Rappresenta gli spostamenti della pallina e calcola lo spostamento necessario per mandare la pallina in buca con un solo colpo.

DATI

$s_1 = 30 \text{ m}$ in direzione Nord

$s_2 = 60 \text{ m}$ in direzione Est

$s_3 = 5 \text{ m}$ in direzione Sud – Ovest

DISEGNARE

\vec{s}_1

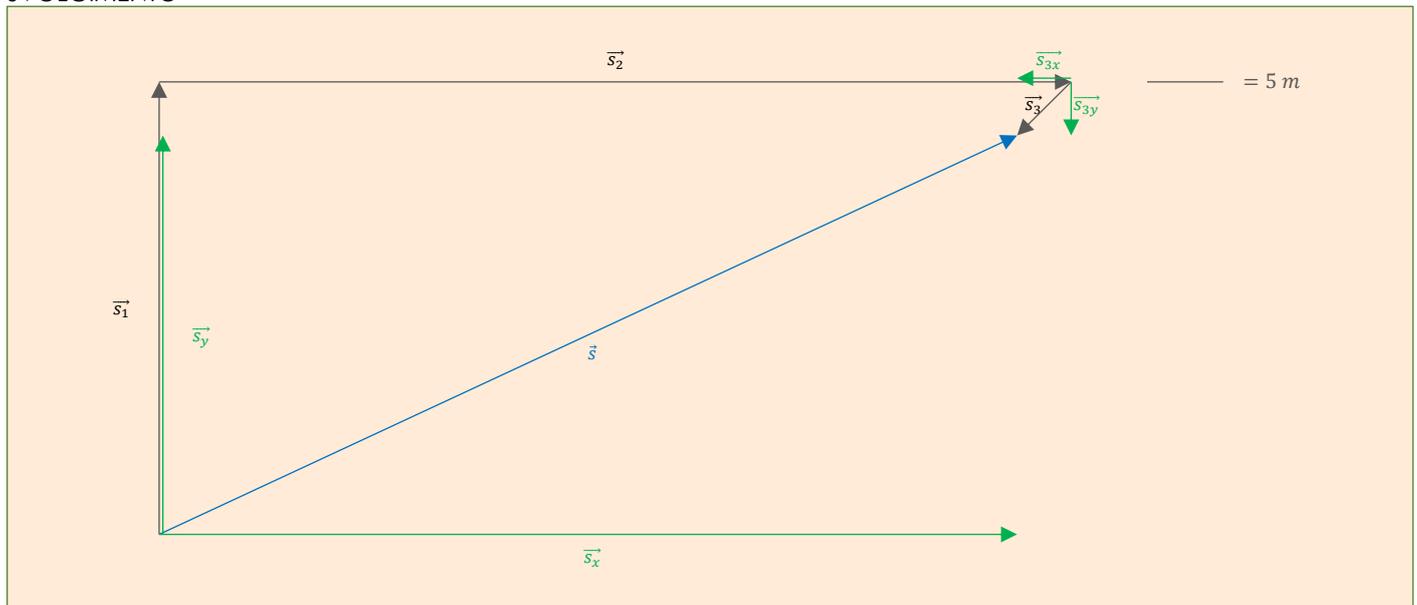
\vec{s}_2

\vec{s}_3

CALCOLARE

s (spostamento complessivo)

SVOLGIMENTO



$$s_{3y} = s_{3x} = \frac{s_3}{\sqrt{2}} = \frac{s_3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{s_3 \sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3,5355 \text{ m}$$

$$s_y = s_1 - s_{3y} = 30 \text{ m} - 3,5355 \text{ m} = 26,4645 \text{ m}$$

$$s_x = s_2 - s_{3x} = 60 \text{ m} - 3,5355 \text{ m} = 56,4645 \text{ m}$$

$$s = \sqrt{s_y^2 + s_x^2} = \sqrt{(26,4645 \text{ m})^2 + (56,4645 \text{ m})^2} \approx \sqrt{700,37 \text{ m}^2 + 3188,24 \text{ m}^2} = \sqrt{3888,61 \text{ m}^2} \approx 62,3587 \text{ m}$$

n.16 – B030005

Un vettore \vec{a} di modulo pari a 20 *unità* è applicato nell'origine O di un sistema di assi cartesiani ed è diretto lungo il semiasse positivo delle x . Disegna il vettore. Quanto valgono le componenti a_x e a_y del vettore? Quanto vale il modulo del vettore? Quanto vale l'angolo α che il vettore che il vettore forma con il semiasse positivo delle x ?

DATI

$$a = 20 u$$

a , partendo dall'origine O , giace sul semiasse positivo delle ascisse.

DISEGNARE

 \vec{a}

CALCOLARE

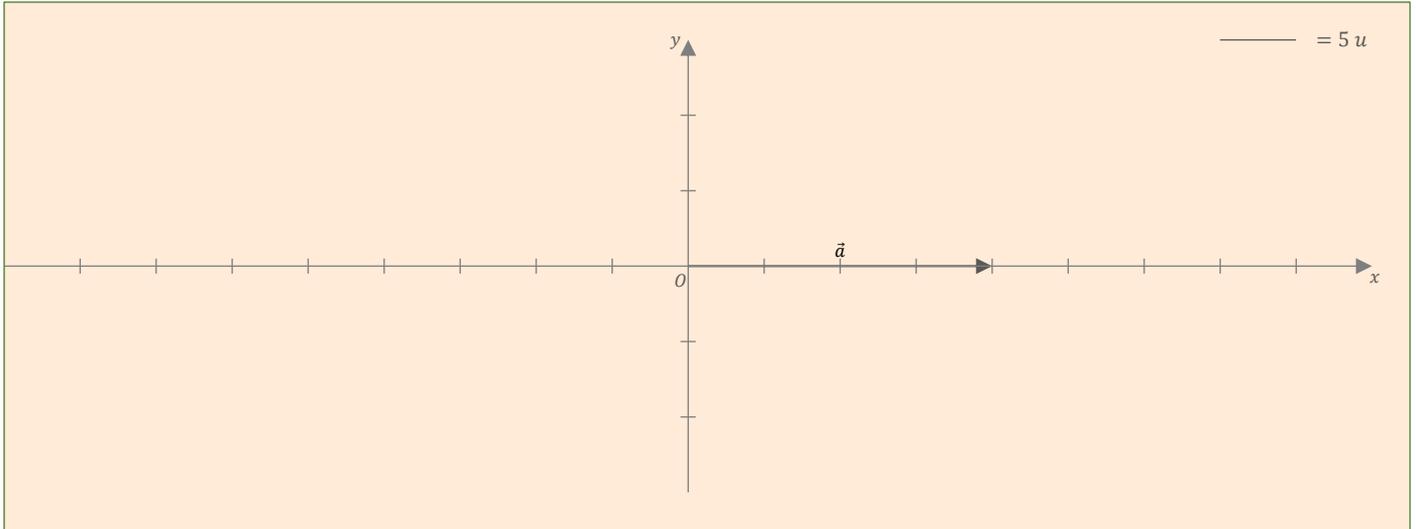
a_x (la componente del vettore \vec{a} sull'asse delle ascisse)

a_y (la componente del vettore \vec{a} sull'asse delle ordinate)

a (modulo del vettore \vec{a})

α (angolo che il vettore \vec{a} forma con il semiasse positivo delle ascisse)

SVOLGIMENTO



$$a_x = 20 u$$

$$a_y = 0 u$$

$$a = 20 u$$

$$\alpha = 0^\circ$$

n.17 – B030006

Un vettore \vec{b} di modulo pari a 30 *unità* è applicato nell'origine O di un sistema di assi cartesiani ed è diretto lungo il semiasse positivo delle y . Disegna il vettore. Quanto valgono le componenti b_x e b_y del vettore?

DATI

$$b = 30 u$$

b , partendo dall'origine O , giace sul semiasse positivo delle ordinate

DISEGNARE

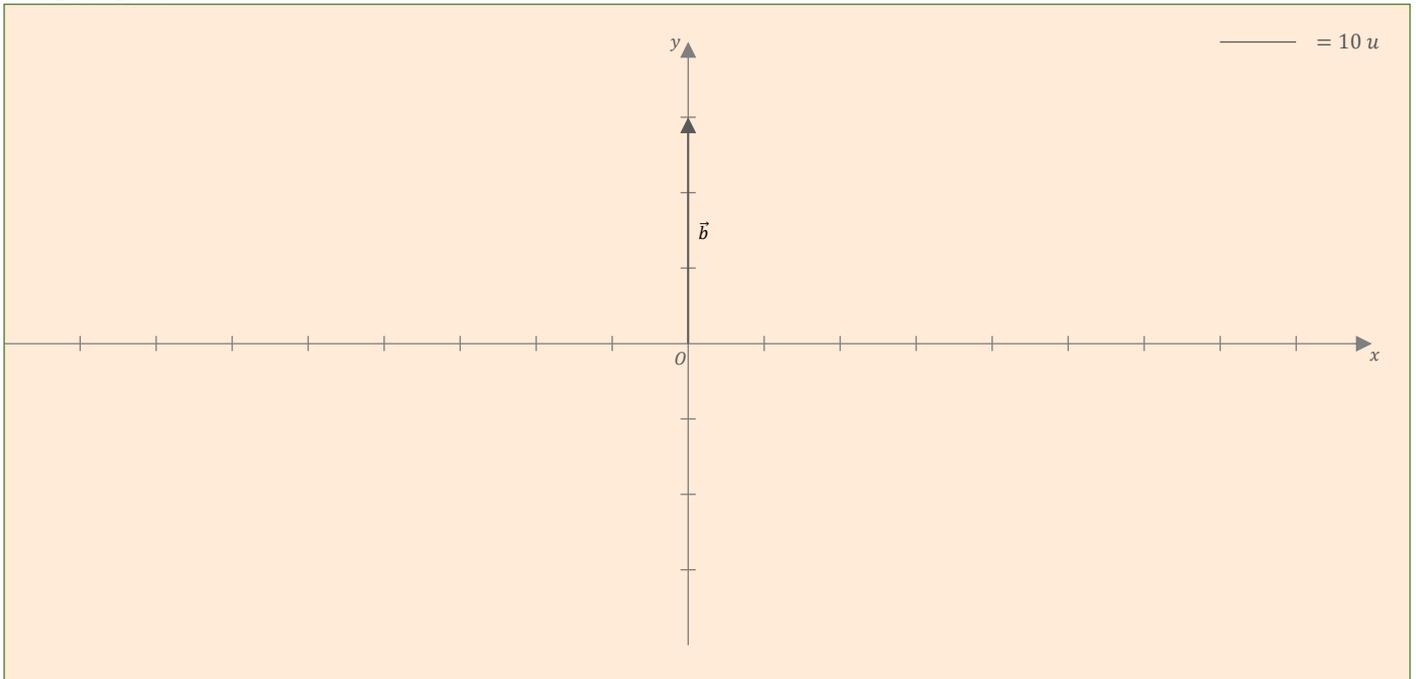
 \vec{b}

CALCOLARE

b_x (la componente del vettore \vec{b} sull'asse delle ascisse)

b_y (la componente del vettore \vec{b} sull'asse delle ordinate)

SVOLGIMENTO



$$b_x = 0 u$$

$$b_y = 30 u$$

n.18 – B030007

Disegna i seguenti vettori applicati nell'origine O di un sistema di assi cartesiani, a partire dalle loro componenti: \vec{a} ($a_x = -20 u, a_y = 0 u$), \vec{b} ($b_x = 0 u, b_y = -10 u$). Quanto vale il modulo dei due vettori? Quanto vale l'angolo che ogni vettore forma con il semiasse positivo delle ascisse?

DATI

$$a_x = -20 u$$

$$a_y = 0 u$$

$$b_x = 0 u$$

$$b_y = -10 u$$

DISEGNARE

 \vec{a} \vec{b}

CALCOLARE

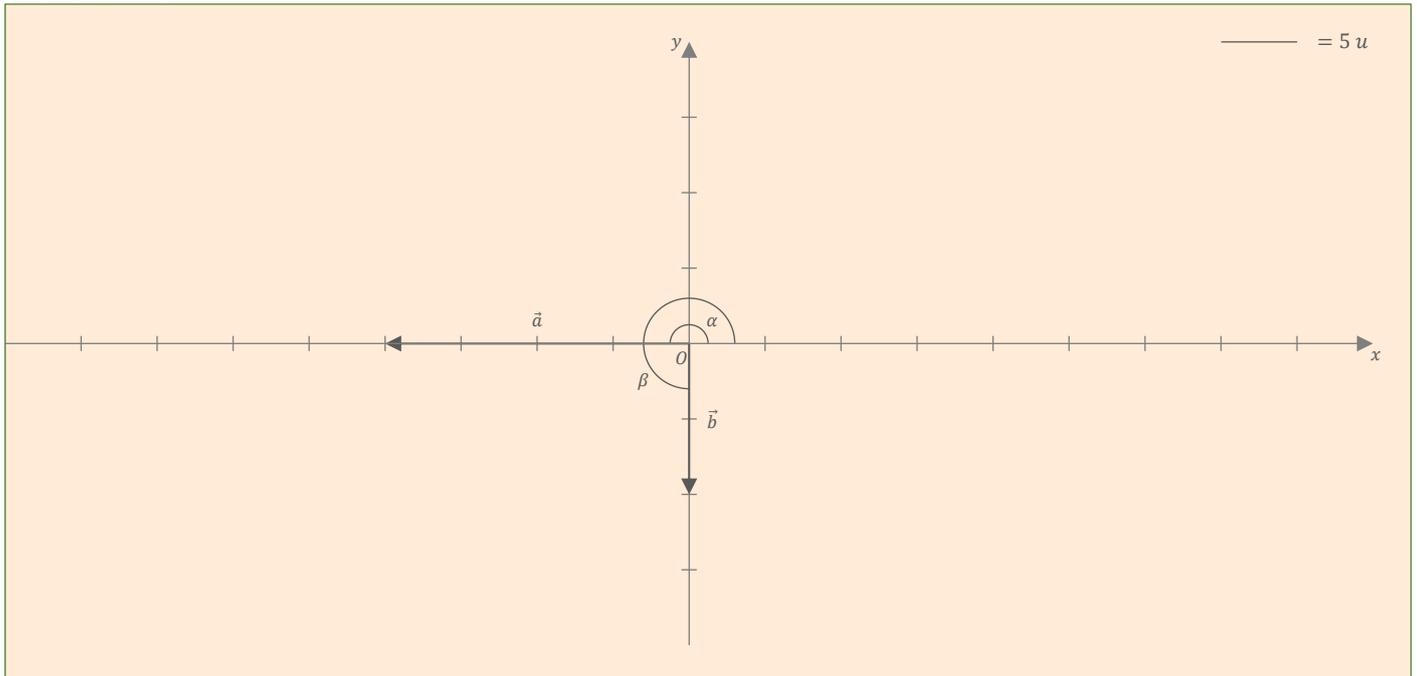
a (modulo del vettore \vec{a})

b (modulo del vettore \vec{b})

α (angolo che il vettore \vec{a} forma con il semiasse positivo delle ascisse)

β (angolo che il vettore \vec{b} forma con il semiasse positivo delle ascisse)

SVOLGIMENTO



$$a = |a_x| = |-20 u| = 20 u$$

$$b = |b_y| = |-10 u| = 10 u$$

$$\alpha = 180^\circ$$

$$\beta = 270^\circ$$

n.19 – B030008

Un vettore \vec{a} , applicato nell'origine O di un sistema di assi cartesiani, ha componenti $a_x = 12 u$ e $a_y = 16 u$. Disegna il vettore \vec{a} . Quanto vale il modulo di \vec{a} ?

DATI

$$a_x = 12 u$$

$$a_y = 16 u$$

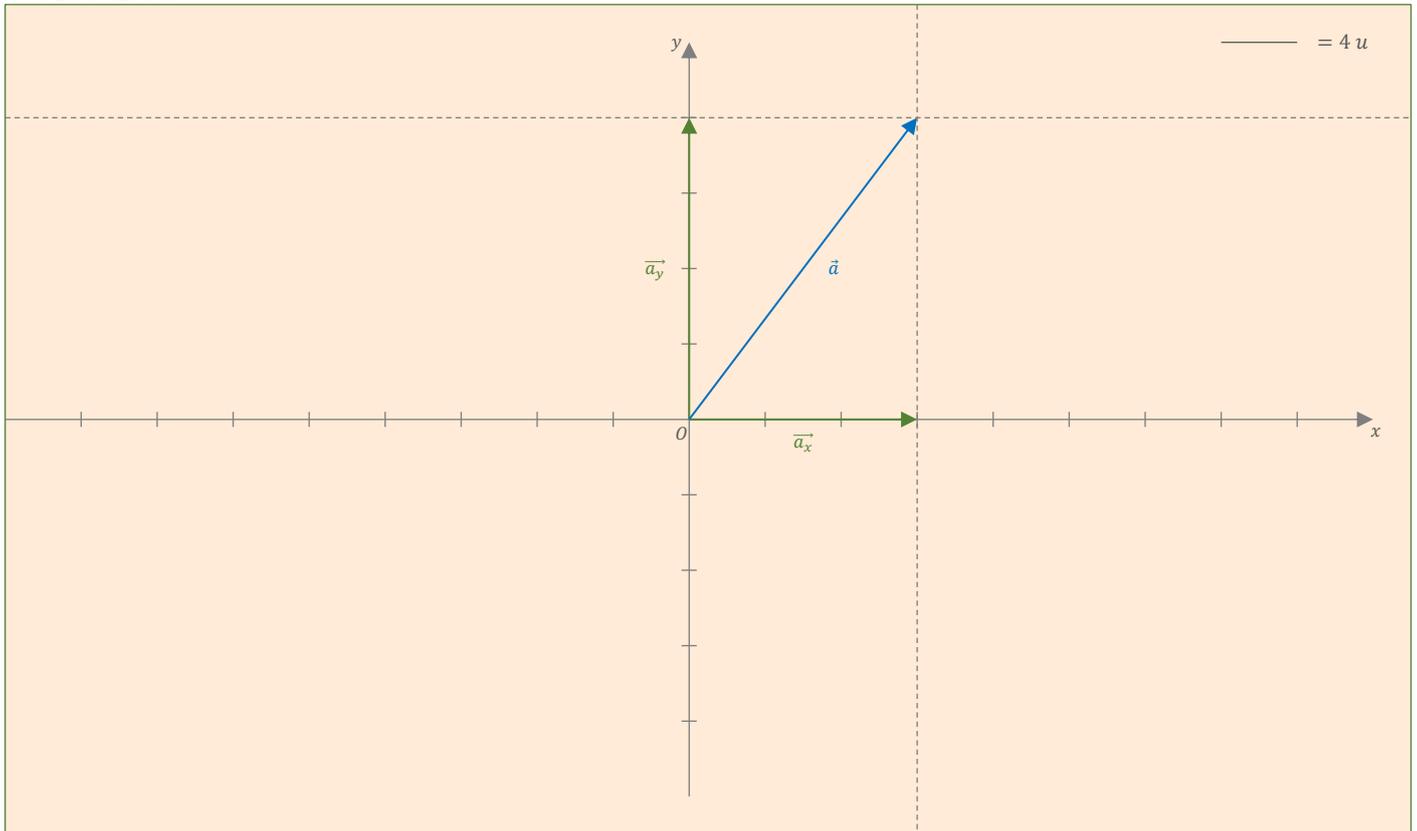
DISEGNARE

 \vec{a}

CALCOLARE

a (modulo del vettore \vec{a})

SVOLGIMENTO



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(12 u)^2 + (16 u)^2} = \sqrt{144 u^2 + 256 u^2} = \sqrt{400 u^2} = 20 u$$

n.20 – B030009

Disegna un vettore spostamento di 5 km in direzione Nord-Ovest. Applica il vettore nell'origine di un sistema di assi cartesiani e calcola le sue componenti verso Nord e verso Ovest.

DATI

$s = 5 \text{ km}$ in direzione Nord – Ovest

$\alpha = 135^\circ$

DISEGNARE

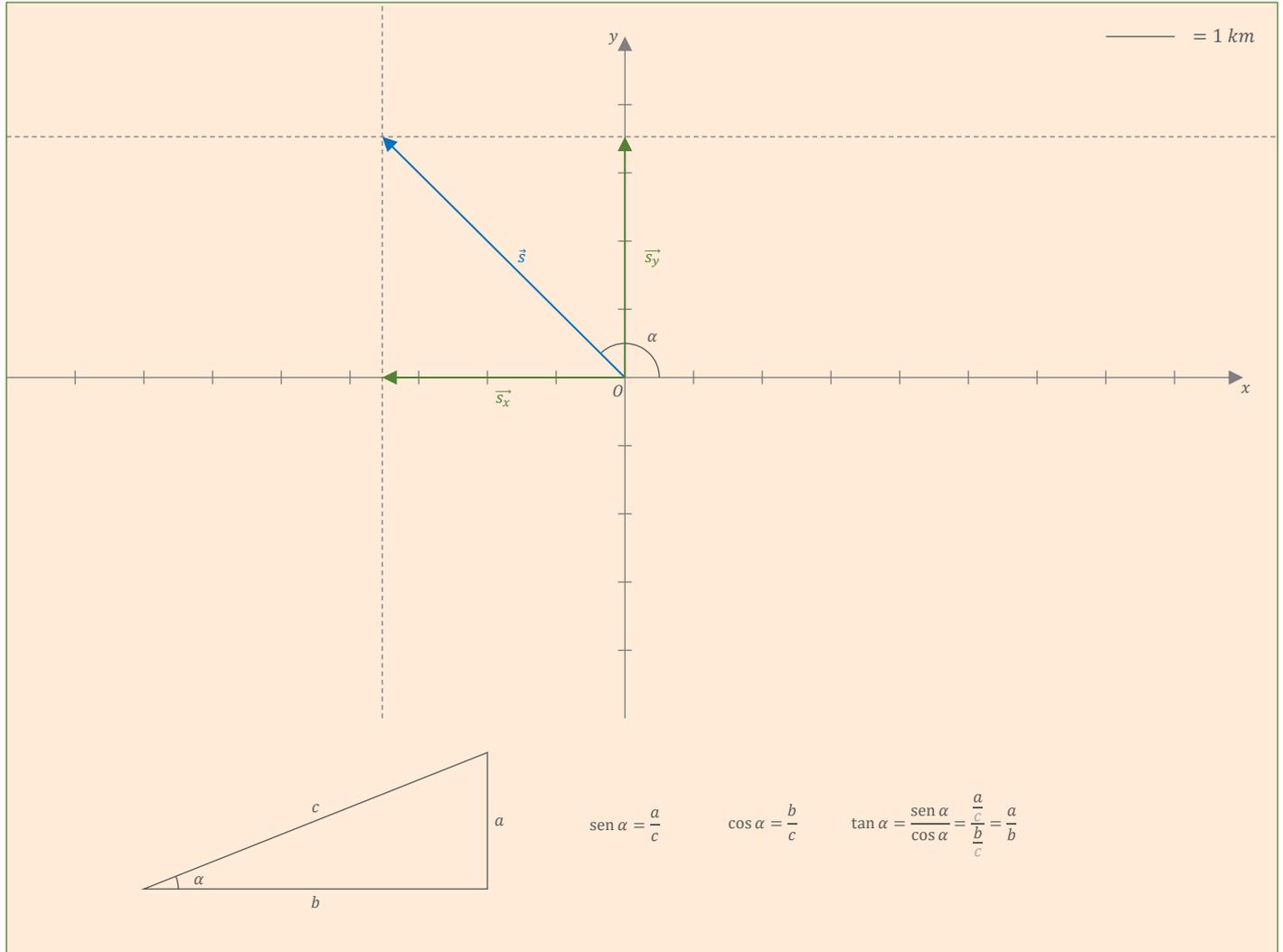
\vec{s}

CALCOLARE

s_x (la componente del vettore \vec{s} sull'asse delle ascisse)

s_y (la componente del vettore \vec{s} sull'asse delle ordinate)

SVOLGIMENTO



$$s_x = s \cdot \cos \alpha = 5 \text{ km} \cdot \cos(135^\circ) \approx 5 \text{ km} \cdot (-0,70711) \approx -3,5355 \text{ km}$$

$$s_y = s \cdot \sin \alpha = 5 \text{ km} \cdot \sin(135^\circ) \approx 5 \text{ km} \cdot 0,70711 \approx 3,5355 \text{ km}$$

n.21 – B030010

Disegna un vettore spostamento di 300 m in direzione Nord-Est e calcola le sue componenti verso Nord e verso Est.

DATI

 $s = 300 \text{ m}$ in direzione Nord – Est $\alpha = 45^\circ$

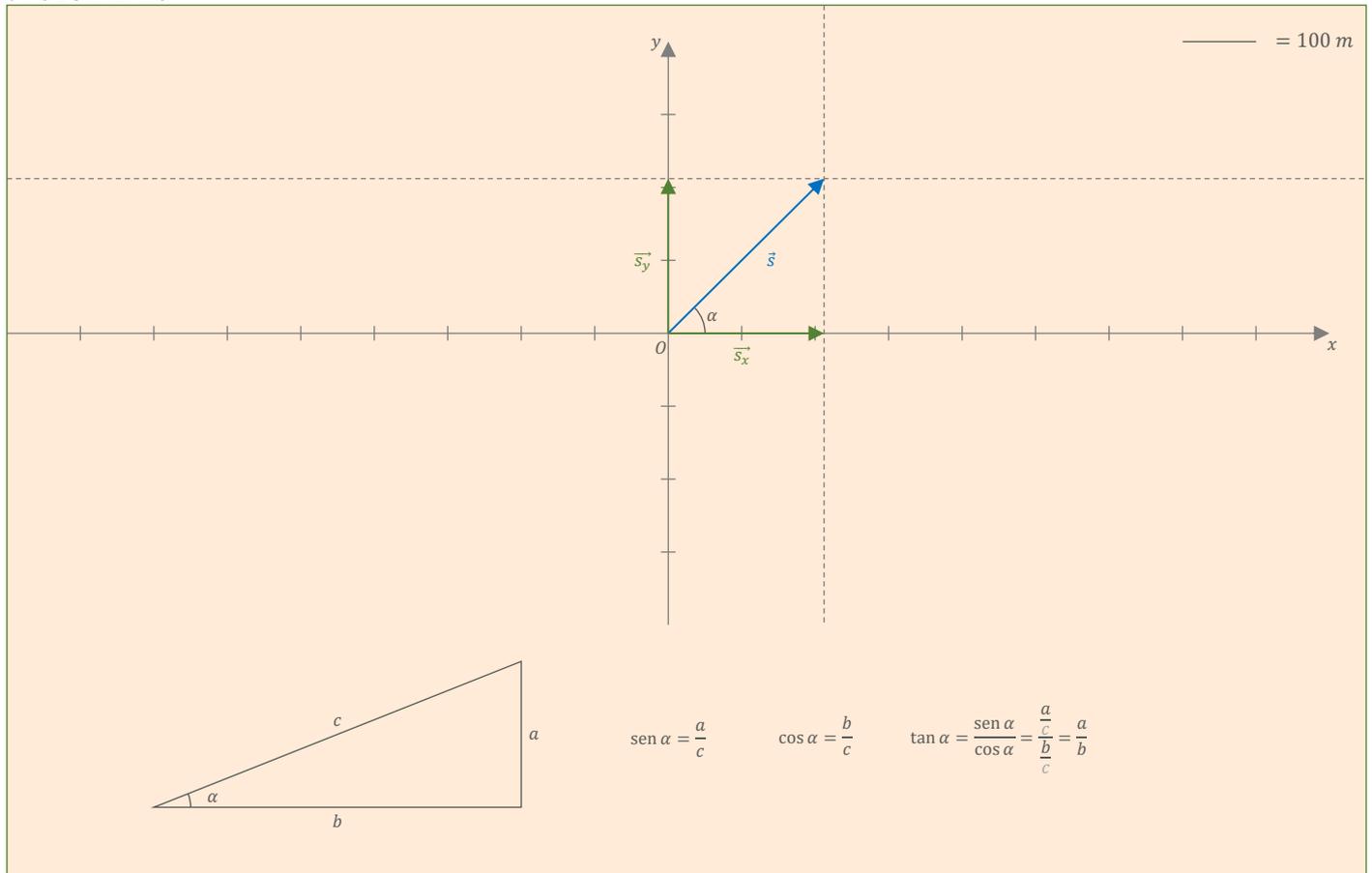
DISEGNARE

 \vec{s}

CALCOLARE

 s_x (la componente del vettore \vec{s} sull'asse delle ascisse) s_y (la componente del vettore \vec{s} sull'asse delle ordinate)

SVOLGIMENTO



$$s_x = s \cdot \cos \alpha = 300 \text{ m} \cdot \cos(45^\circ) \approx 300 \text{ m} \cdot 0,70711 \approx 212,13 \text{ m}$$

$$s_y = s \cdot \sin \alpha = 300 \text{ m} \cdot \sin(45^\circ) \approx 300 \text{ m} \cdot 0,70711 \approx 212,13 \text{ m}$$

n.22 – B030011

Un vettore \vec{a} , applicato nell'origine O di un sistema di assi cartesiani, è inclinato di 30° rispetto al semiasse positivo delle x . Sapendo che il modulo del vettore è $40 u$, scomponi il vettore lungo le direzioni orizzontale e verticale e ricava le componenti a_x e a_y .

DATI

$$a = 40 u$$

$$\alpha = 30^\circ$$

DISEGNARE

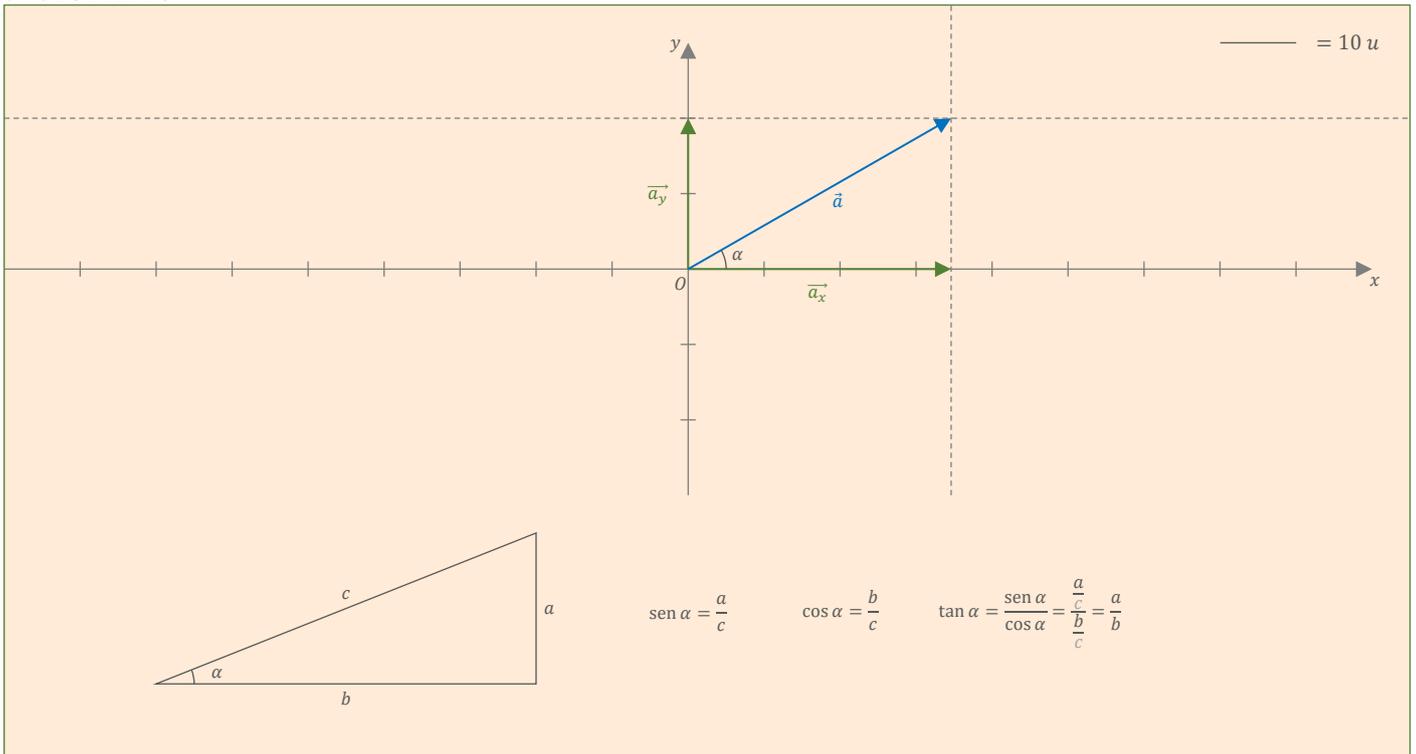
 \vec{a}_x \vec{a}_y

CALCOLARE

$$a_x \quad (\text{modulo del vettore } \vec{a}_x)$$

$$a_y \quad (\text{modulo del vettore } \vec{a}_y)$$

SVOLGIMENTO



$$a_x = a \cdot \cos \alpha = 40 u \cdot \cos(30^\circ) \approx 40 u \cdot 0,86603 \approx 34,641 u$$

$$a_y = a \cdot \sin \alpha = 40 u \cdot \sin(30^\circ) = 40 u \cdot 0,5 = 20 u$$

n.23 – B030012

Un vettore \vec{b} di modulo $50 u$ è applicato nell'origine O di un sistema di assi cartesiani e forma un angolo di 225° con il semiasse positivo delle ascisse. Disegna il vettore e calcola le sue componenti b_x e b_y .

DATI

$$b = 50 u$$

$$\beta = 225^\circ$$

DISEGNARE

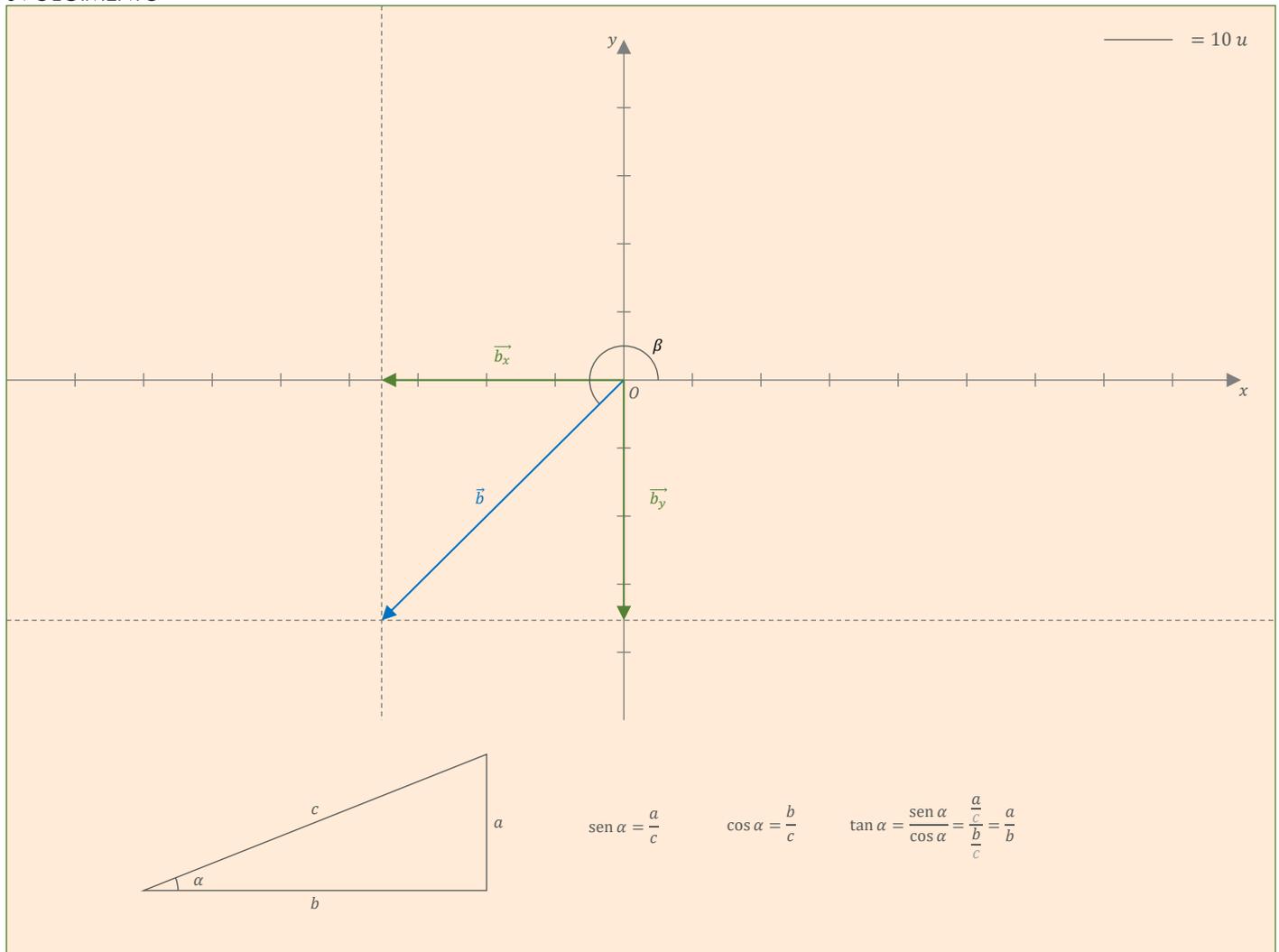
 \vec{b}

CALCOLARE

 b_x (la componente del vettore \vec{b} sull'asse delle ascisse)

 b_y (la componente del vettore \vec{b} sull'asse delle ordinate)

SVOLGIMENTO

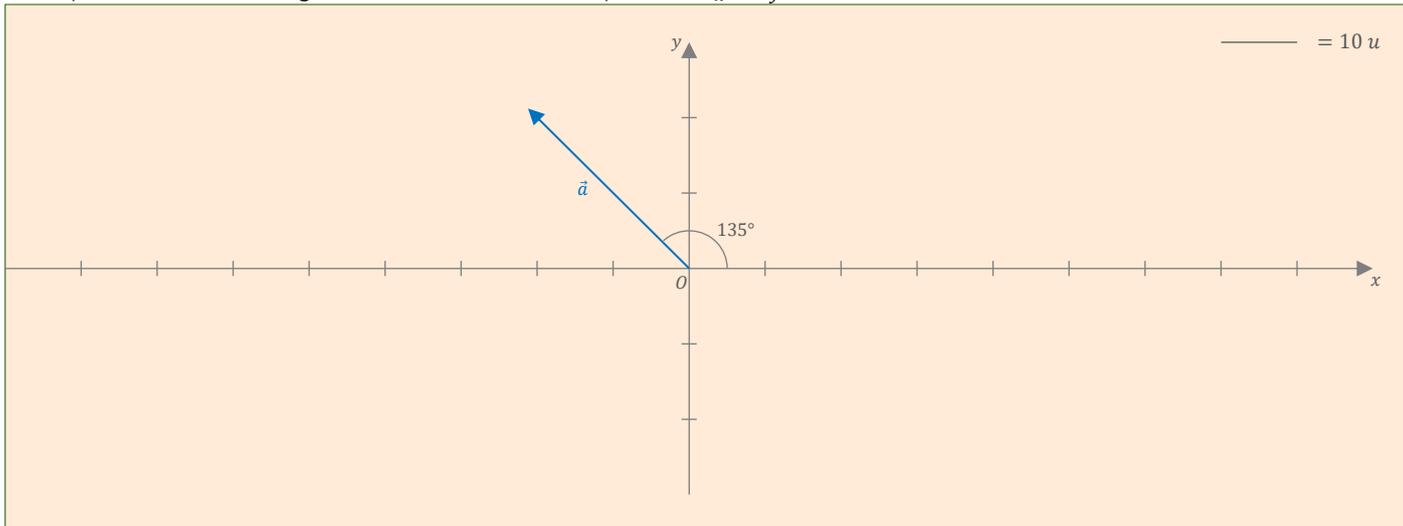


$$b_x = b \cdot \cos \beta = 50 u \cdot \cos(225^\circ) \approx 50 u \cdot (-0,70711) \approx -35,355 u$$

$$b_y = b \cdot \text{sen } \beta = 50 u \cdot \text{sen}(225^\circ) \approx 50 u \cdot (-0,70711) \approx -35,355 u$$

n.24 – B030013

Scomponi il vettore \vec{a} in figura e calcola le sue componenti a_x e a_y . Il modulo di \vec{a} vale $30 u$.



DATI

$a = 30 u$

$\alpha = 135^\circ$

DISEGNARE

\vec{a}_x

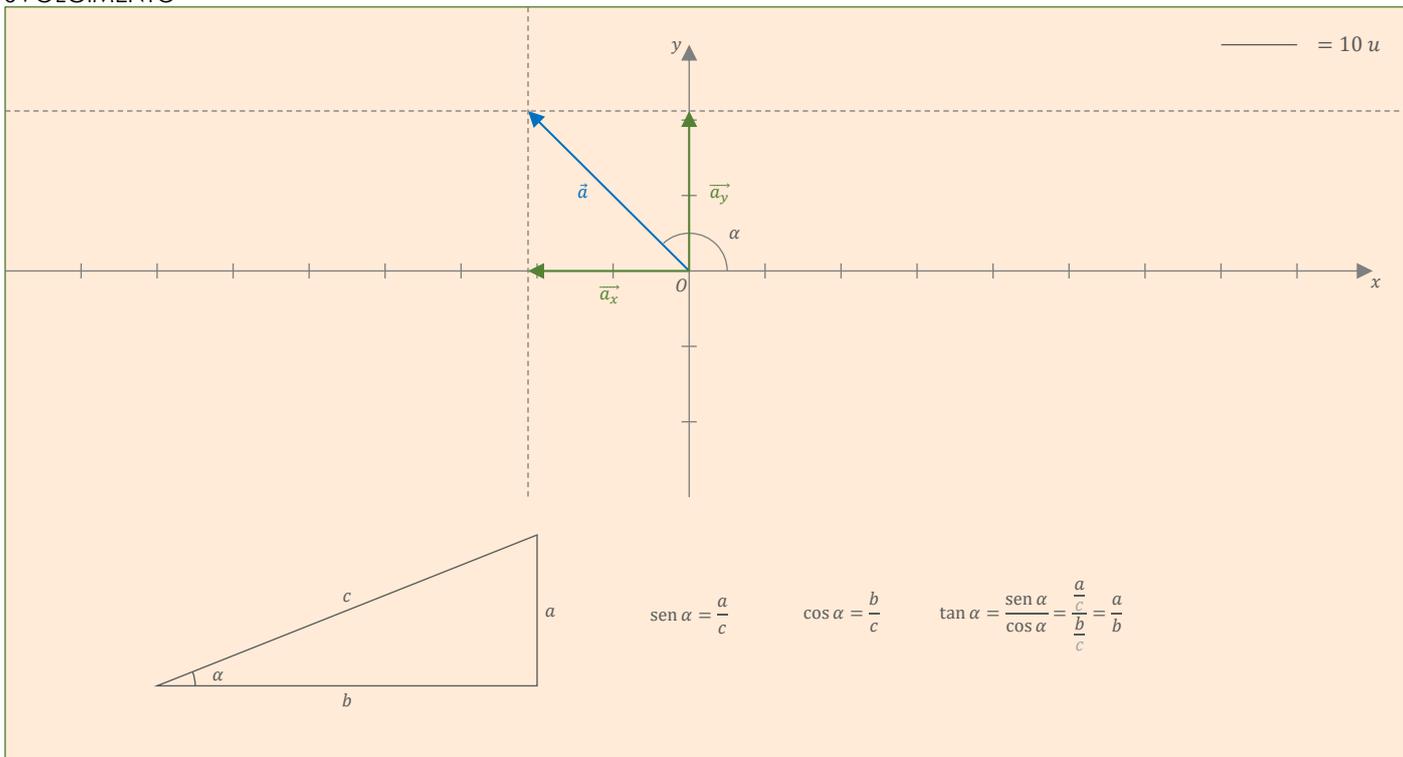
\vec{a}_y

CALCOLARE

a_x (la componente del vettore \vec{a} sull'asse delle ascisse)

a_y (la componente del vettore \vec{a} sull'asse delle ordinate)

SVOLGIMENTO



$a_x = a \cdot \cos \alpha = 30 u \cdot \cos(135^\circ) \approx 30 u \cdot (-0,70711) \approx -21,213 u$

$a_y = a \cdot \sin \alpha = 30 u \cdot \sin(135^\circ) \approx 30 u \cdot 0,70711 \approx 21,213 u$

n.25 – B030014

Le componenti cartesiane di un vettore valgono $a_x = 30 u$ e $a_y = 40 u$. Calcola il modulo del vettore. Disegna il vettore nel piano cartesiano dopo aver calcolato l'angolo α che esso forma con il semiasse positivo delle ascisse.

DATI

$$a_x = 30 u$$

$$a_y = 40 u$$

DISEGNARE

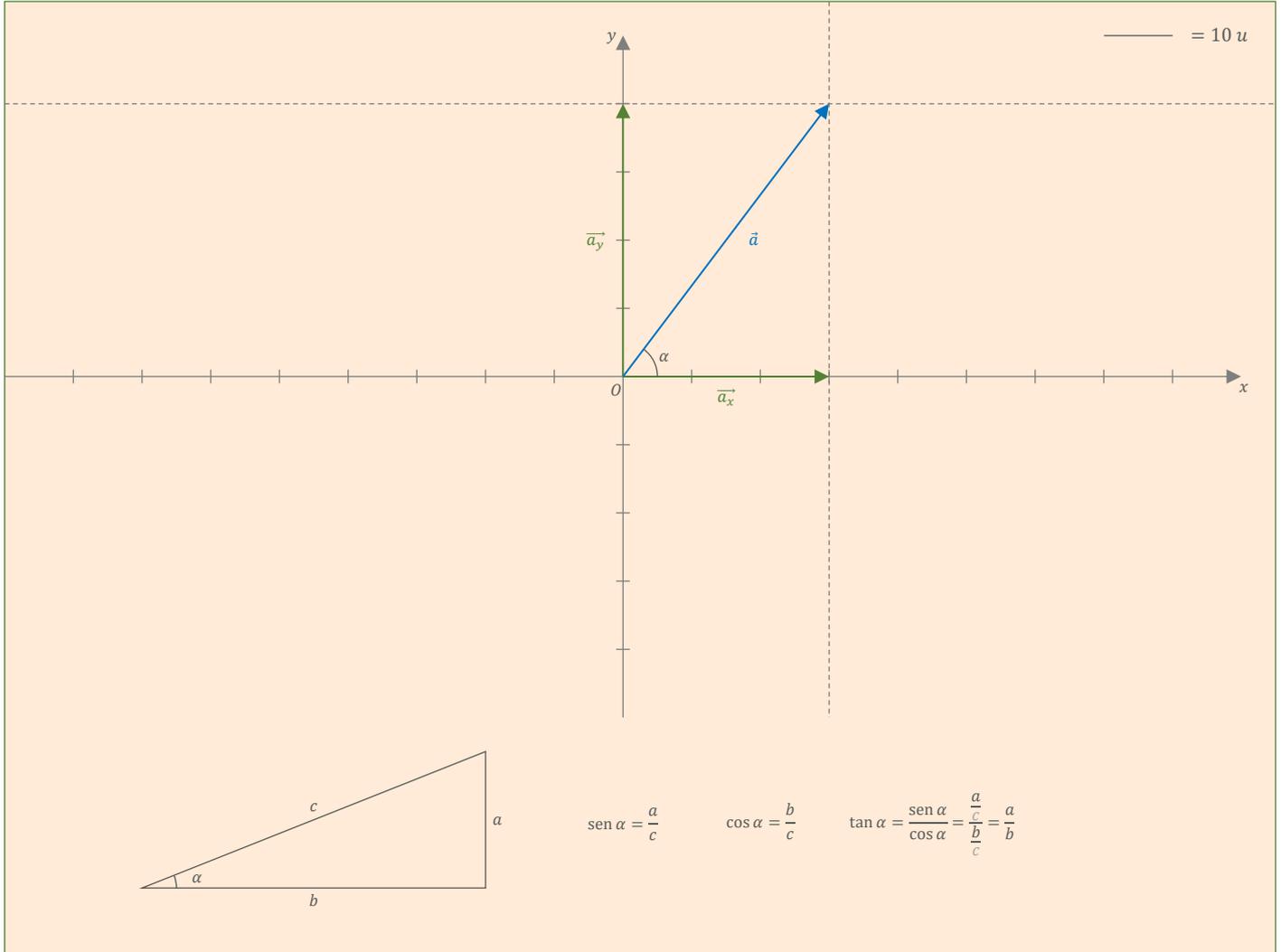
\vec{a}

CALCOLARE

a (il modulo del vettore \vec{a})

α (l'angolo che il vettore \vec{a} forma con il semiasse positivo delle ascisse)

SVOLGIMENTO



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(30 u)^2 + (40 u)^2} = \sqrt{900 u^2 + 1600 u^2} = \sqrt{2500 u^2} = 50 u$$

$$\tan \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{40^4 u}{30^3 u} = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53,13^\circ$$

$$13:100 = x:60$$

$$x = \frac{13 \cdot 60}{100} = \frac{780}{100} = 07,80$$

$$\alpha = 53^\circ 07'$$

$$80:100 = x:60$$

$$x = \frac{80 \cdot 60}{100} = \frac{4800}{100} = 48$$

$$\alpha = 53^\circ 07' 48''$$

n.26 – B030015

Il modulo di un vettore \vec{a} vale $20 u$ e la componente a_x del vettore è di $12 u$. Quanto vale la componente a_y del vettore? (Considerare $a_y > 0$). Disegna il vettore nel piano cartesiano. In quale quadrante si trova il vettore?

DATI

$$a = 20 u$$

$$a_x = 12 u$$

$$a_y > 0$$

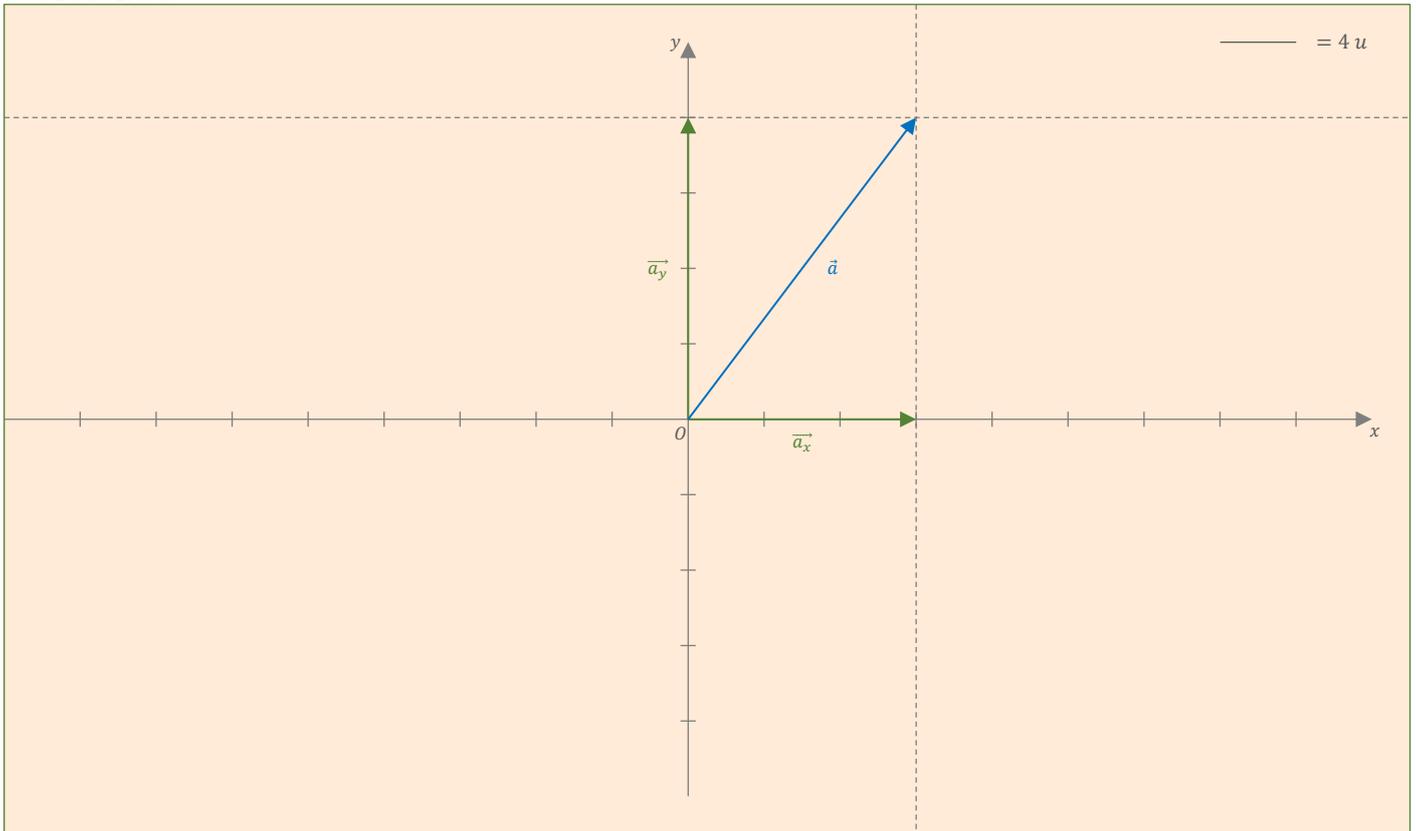
DISEGNARE

 \vec{a}

CALCOLARE

a_y (la componente del vettore \vec{a} sull'asse positivo delle ordinate)

SVOLGIMENTO



$$a_y = \sqrt{a^2 - a_x^2} = \sqrt{(20 u)^2 - (12 u)^2} = \sqrt{400 u^2 - 144 u^2} = \sqrt{256 u^2} = 16 u$$

Il vettore \vec{a} si trova nel I° quadrante.

n.27 – B030016

Un vettore \vec{a} di modulo $50 u$ è applicato nell'origine O di un sistema di assi cartesiani e le sue componenti sono $a_x = 50 u$ e $a_y = 0 u$. Disegna il vettore \vec{a} . Successivamente disegna i vettori $\vec{b} = 2\vec{a}$, $\vec{c} = -3\vec{a}$ e $\vec{d} = 1/2 \vec{a}$.

DATI

$$a = 50 u$$

$$a_x = 50 u$$

$$a_y = 0 u$$

$$\vec{b} = 2\vec{a}$$

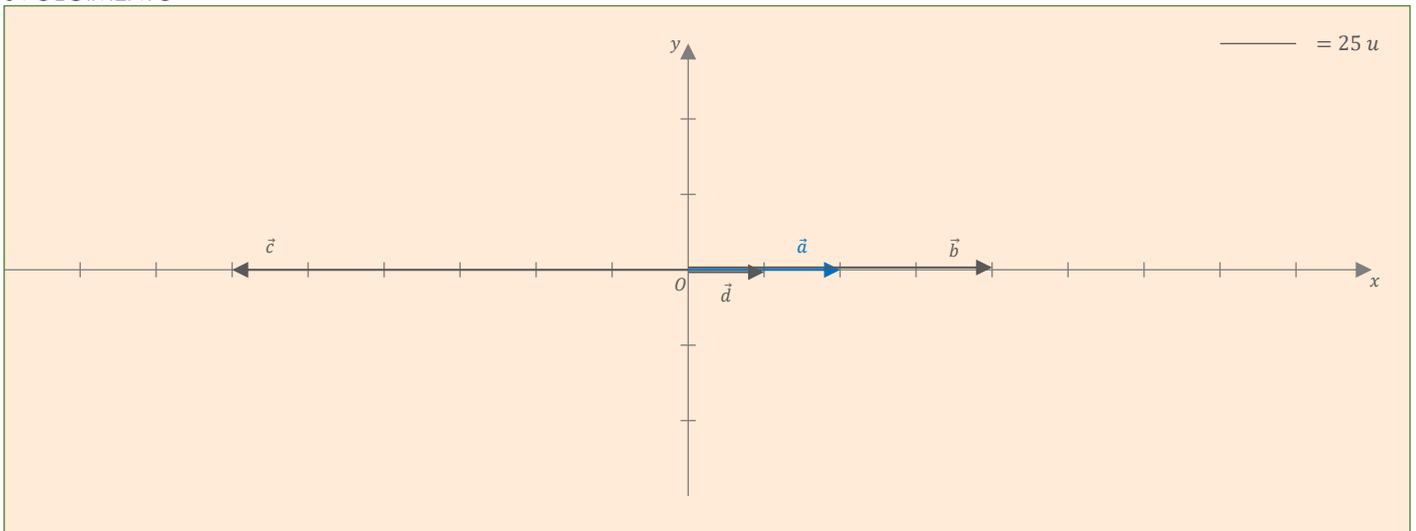
$$\vec{c} = -3\vec{a}$$

$$\vec{d} = 1/2 \vec{a}$$

DISEGNARE

 \vec{a} \vec{b} \vec{c} \vec{d}

SVOLGIMENTO



n.28 - B030017

Le componenti cartesiane di un vettore \vec{a} valgono $a_x = -30 u$ e $a_y = 40 u$. Disegna il vettore e calcola il suo modulo.

Disegna quindi i vettori $\vec{b} = 2/3 \vec{a}$ e $\vec{c} = -1/4 \vec{a}$.

DATI

$$a_x = -30 u$$

$$a_y = 40 u$$

$$\vec{b} = 2/3 \vec{a}$$

$$\vec{c} = -1/4 \vec{a}$$

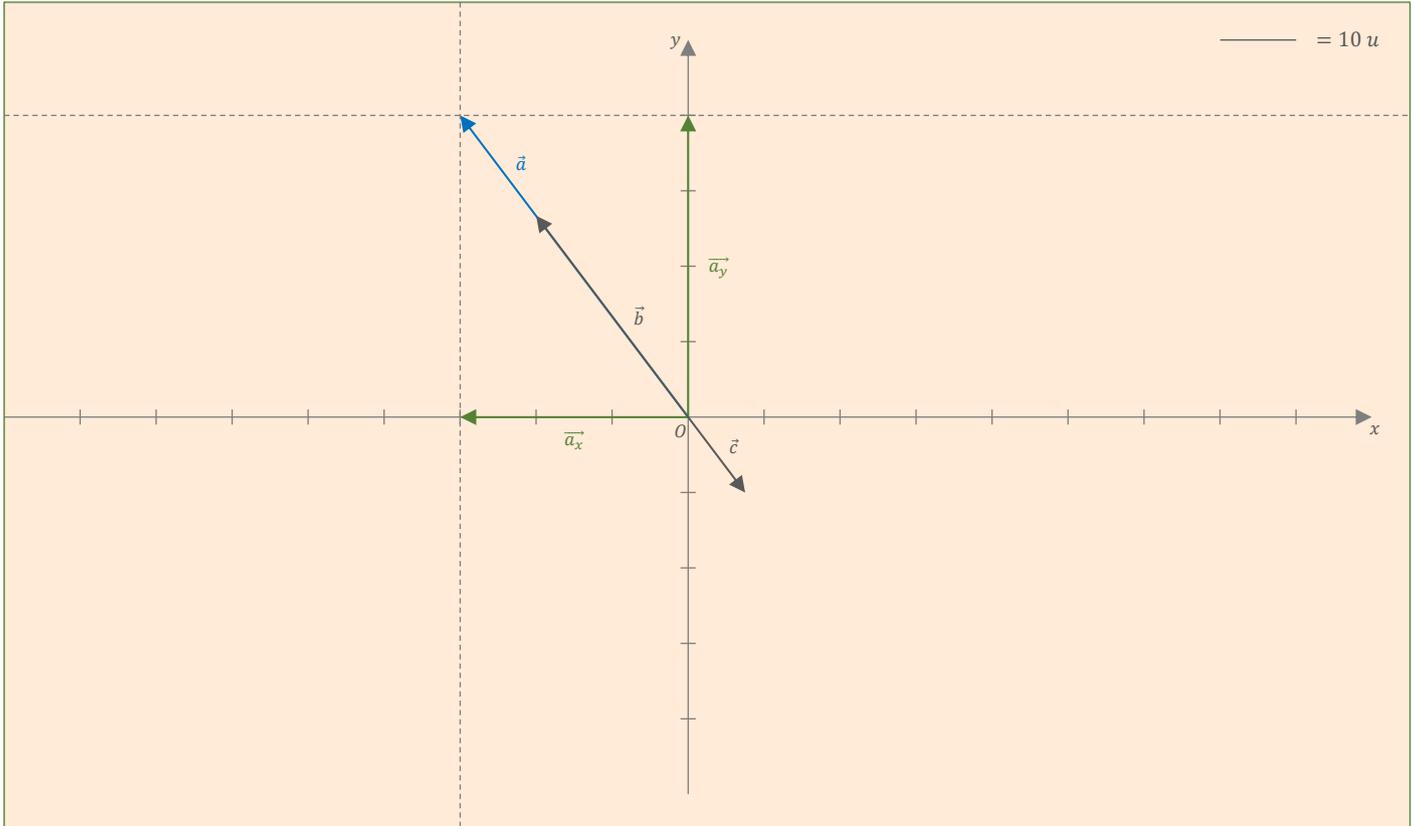
DISEGNARE

 \vec{a} \vec{b} \vec{c}

CALCOLARE

a (modulo del vettore \vec{a})

SVOLGIMENTO



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-30 u)^2 + (40 u)^2} = \sqrt{900 u^2 + 1600 u^2} = \sqrt{2500 u^2} = 50 u$$

n.29 – B037013

Due forze di intensità $F_1 = 40\text{ N}$ e $F_2 = 30\text{ N}$ sono applicate a un punto P e le loro direzioni formano un angolo di 90° . Disegna il risultante delle due forze. Calcola il modulo del risultante e l'angolo che esso forma con il semiasse positivo delle ascisse (riporta F_1 sull'asse x e F_2 sull'asse y).

DATI

$$F_1 = 40\text{ N}$$

$$F_2 = 30\text{ N}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

DISEGNARE

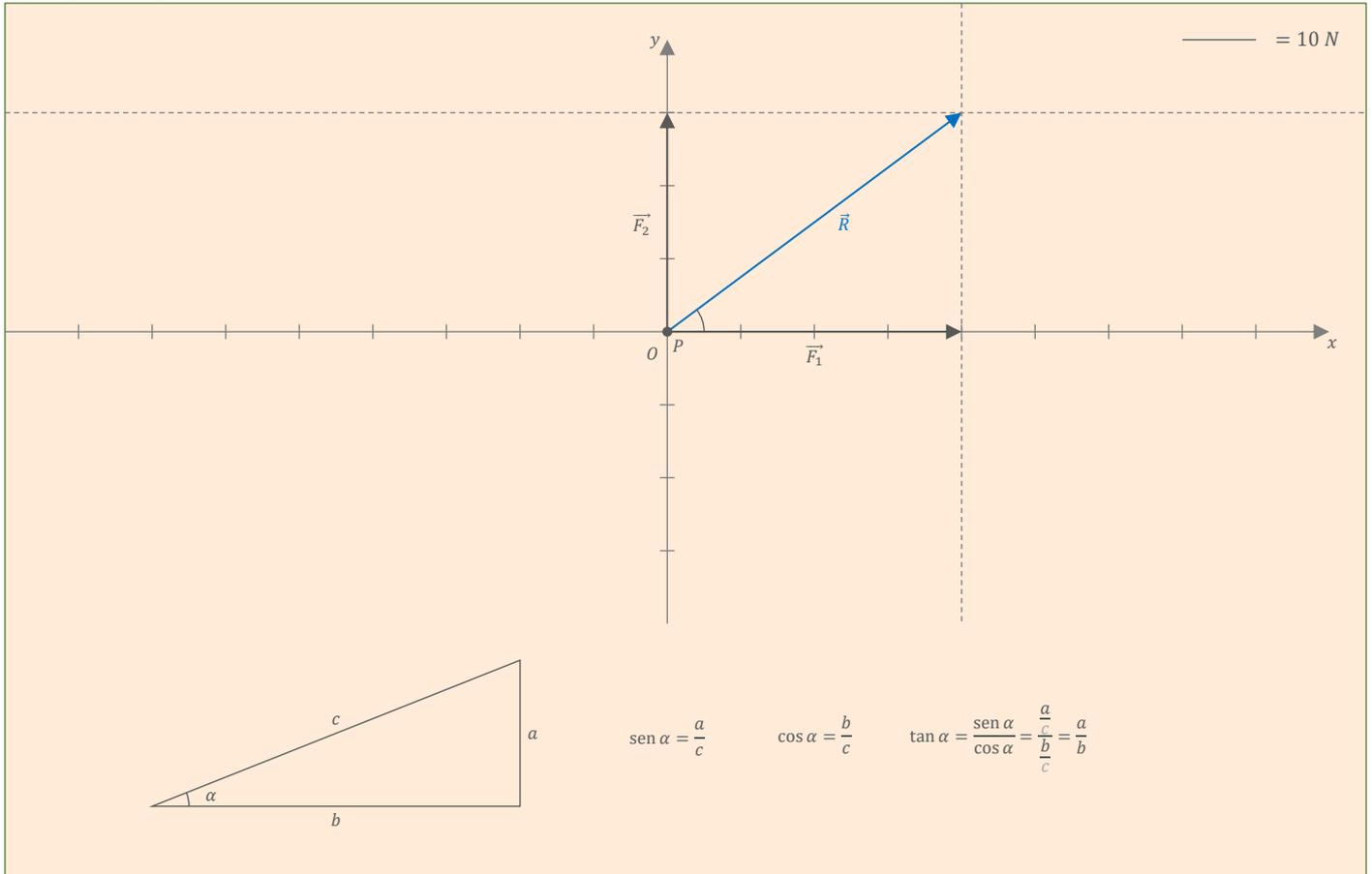
\vec{R}

CALCOLARE

R (modulo del vettore risultante \vec{R})

α (angolo che il vettore \vec{R} forma con il semiasse positivo delle ascisse)

SVOLGIMENTO



$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(40\text{ N})^2 + (30\text{ N})^2} = \sqrt{1600\text{ N}^2 + 900\text{ N}^2} = \sqrt{2500\text{ N}^2} = 50\text{ N}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{30\text{ N}}{40\text{ N}} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36,87^\circ$$

$$87:100 = x:60$$

$$x = \frac{87 \cdot 60}{100} = \frac{5220}{100} = 52,20$$

$$\alpha = 36^\circ 52'$$

$$20:100 = x:60$$

$$x = \frac{20 \cdot 60}{100} = \frac{1200}{100} = 12$$

$$\alpha = 36^\circ 52' 12''$$

n.30 – B037014

Disegna tre forze di intensità 40 N , 30 N e 25 N , applicate a un punto P e formanti ciascuna con la successiva un angolo di 90° . Disegna il risultante delle tre forze e calcola il modulo del risultante.

DATI

$$F_1 = 40\text{ N}$$

$$F_2 = 30\text{ N}$$

$$F_3 = 25\text{ N}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\beta = 180^\circ$$

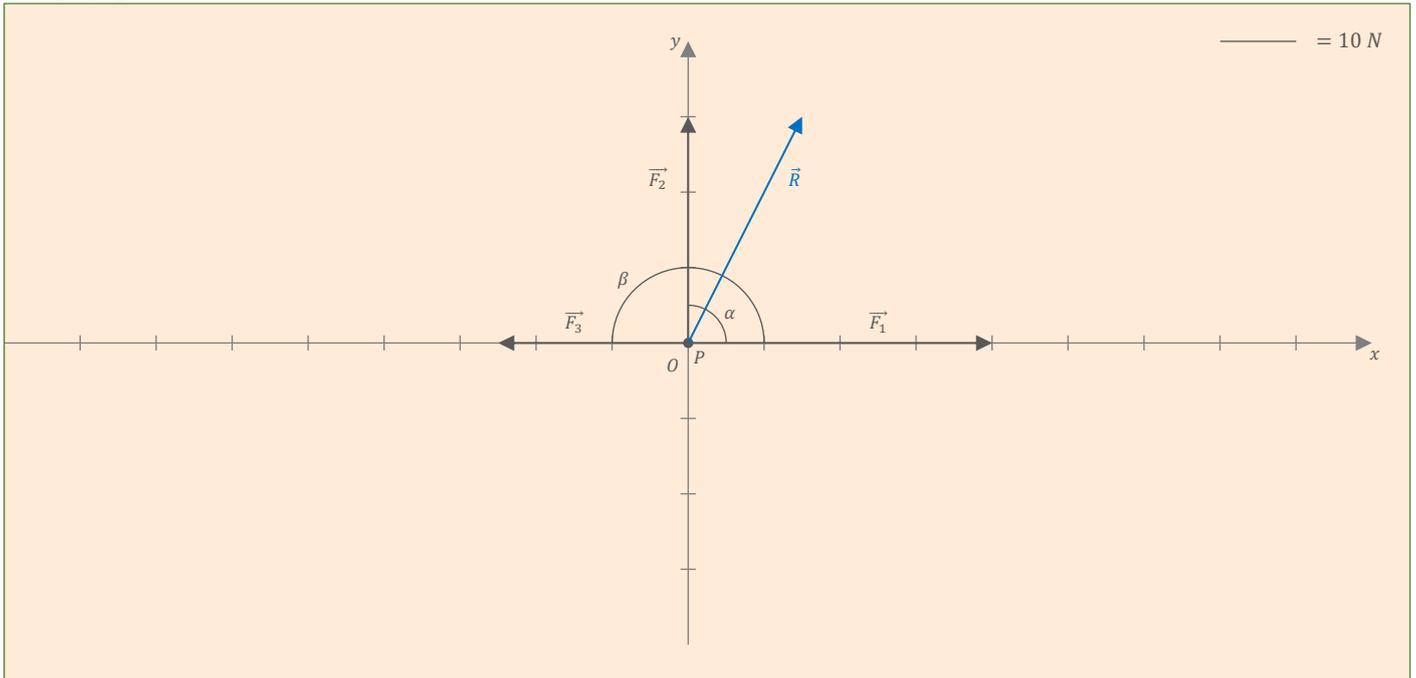
DISEGNARE

 \vec{R}

CALCOLARE

 R (modulo del vettore \vec{R})

SVOLGIMENTO



$$R_x = F_1 - F_3 = 40\text{ N} - 25\text{ N} = 15\text{ N}$$

$$R_y = F_2 = 30\text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(15\text{ N})^2 + (30\text{ N})^2} = \sqrt{225\text{ N}^2 + 900\text{ N}^2} = \sqrt{1125\text{ N}^2} \approx 33,541\text{ N}$$

n.31 – B038017

A un punto materiale sono applicate quattro forze di intensità 40 N , 80 N , 40 N e 60 N . Determina la forza equilibrante, sapendo che la direzione di ciascuna forza forma con la successiva un angolo di 45° .

DATI

$$F_1 = 40\text{ N}$$

$$F_2 = 80\text{ N}$$

$$F_3 = 40\text{ N}$$

$$F_4 = 60\text{ N}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

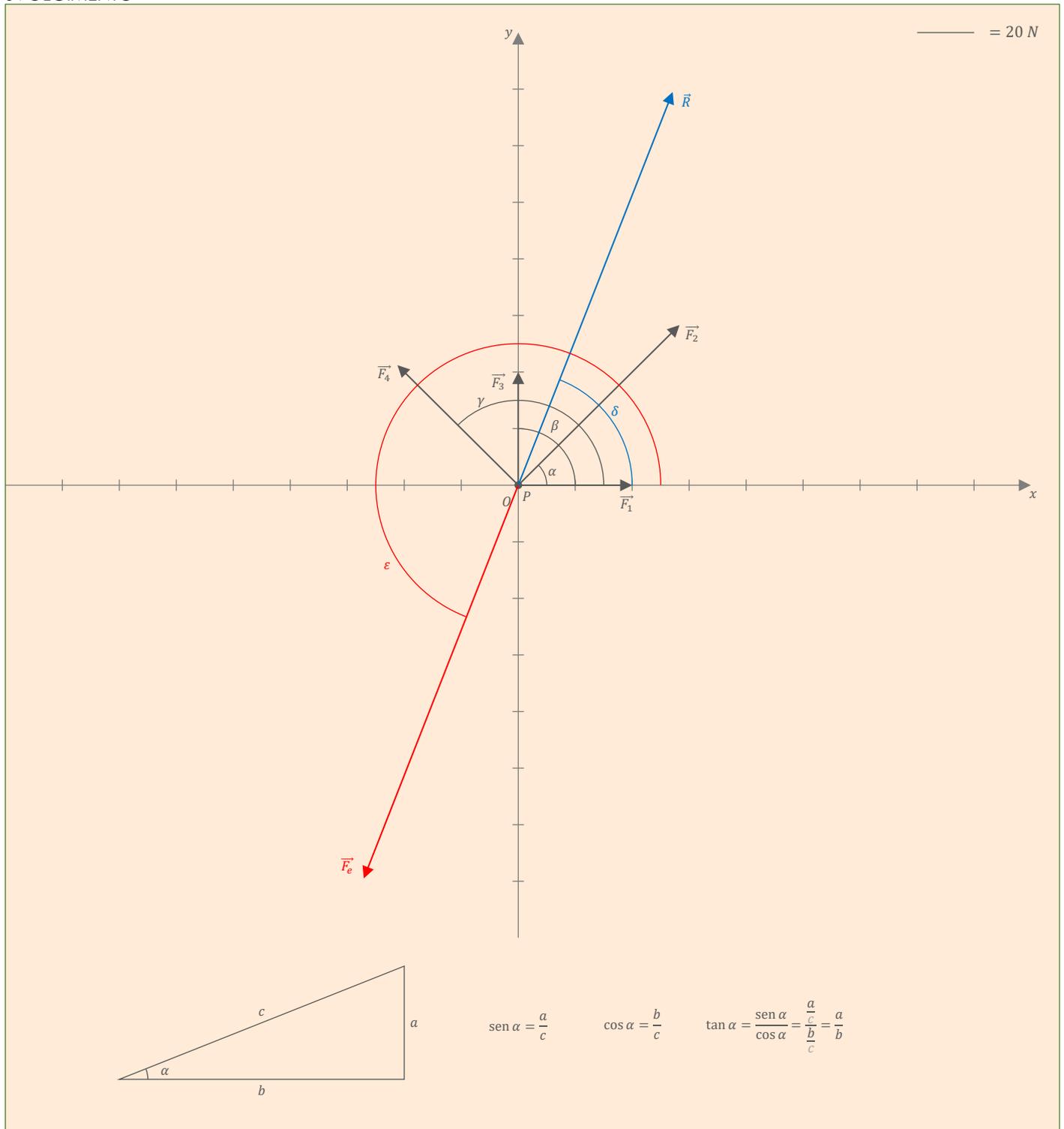
$$\beta = 2\alpha = 90^\circ$$

$$\gamma = 3\alpha = 135^\circ$$

CALCOLARE

F_e (forza equilibrante)

SVOLGIMENTO



$$F_{1x} = F_1 = 40\text{ N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \alpha = 80\text{ N} \cdot \cos(45^\circ) \approx 80\text{ N} \cdot 0,70711 \approx 56,569\text{ N}$$

$$F_{3x} = 0 \text{ N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cdot \cos \gamma = 60 \text{ N} \cdot \cos(135^\circ) \approx 60 \text{ N} \cdot (-0,70711) \approx -42,426 \text{ N}$$

$$F_{1y} = 0 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \alpha = 80 \text{ N} \cdot \sin(45^\circ) \approx 80 \text{ N} \cdot 0,70711 \approx 56,569 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_3 = 40 \text{ N}$$

$$F_{4y} = F_4 \cdot \sin \gamma = 60 \text{ N} \cdot \sin(135^\circ) \approx 60 \text{ N} \cdot 0,70711 \approx 42,426 \text{ N}$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = 40 \text{ N} + 56,569 \text{ N} + 0 \text{ N} + (-42,426 \text{ N}) = 40 \text{ N} + 56,569 \text{ N} + 0 \text{ N} - 42,426 \text{ N} = 54,143 \text{ N}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = 0 \text{ N} + 56,569 \text{ N} + 40 \text{ N} + 42,426 \text{ N} = 138,99 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(54,143 \text{ N})^2 + (138,99 \text{ N})^2} \approx \sqrt{2931,5 \text{ N}^2 + 19318 \text{ N}^2} \approx \sqrt{22249 \text{ N}^2} \approx 149,16 \text{ N}$$

$$\tan \delta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{138,99 \text{ N}}{54,143 \text{ N}} = 2,5671$$

$$\delta = \arctan(2,5671) \approx 68,72^\circ$$

$$72:100 = x:60$$

$$x = \frac{72 \cdot 60}{100} = \frac{4320}{100} = 43,20$$

$$\alpha = 68^\circ 43'$$

$$20:100 = x:60$$

$$x = \frac{20 \cdot 60}{100} = \frac{1200}{100} = 12$$

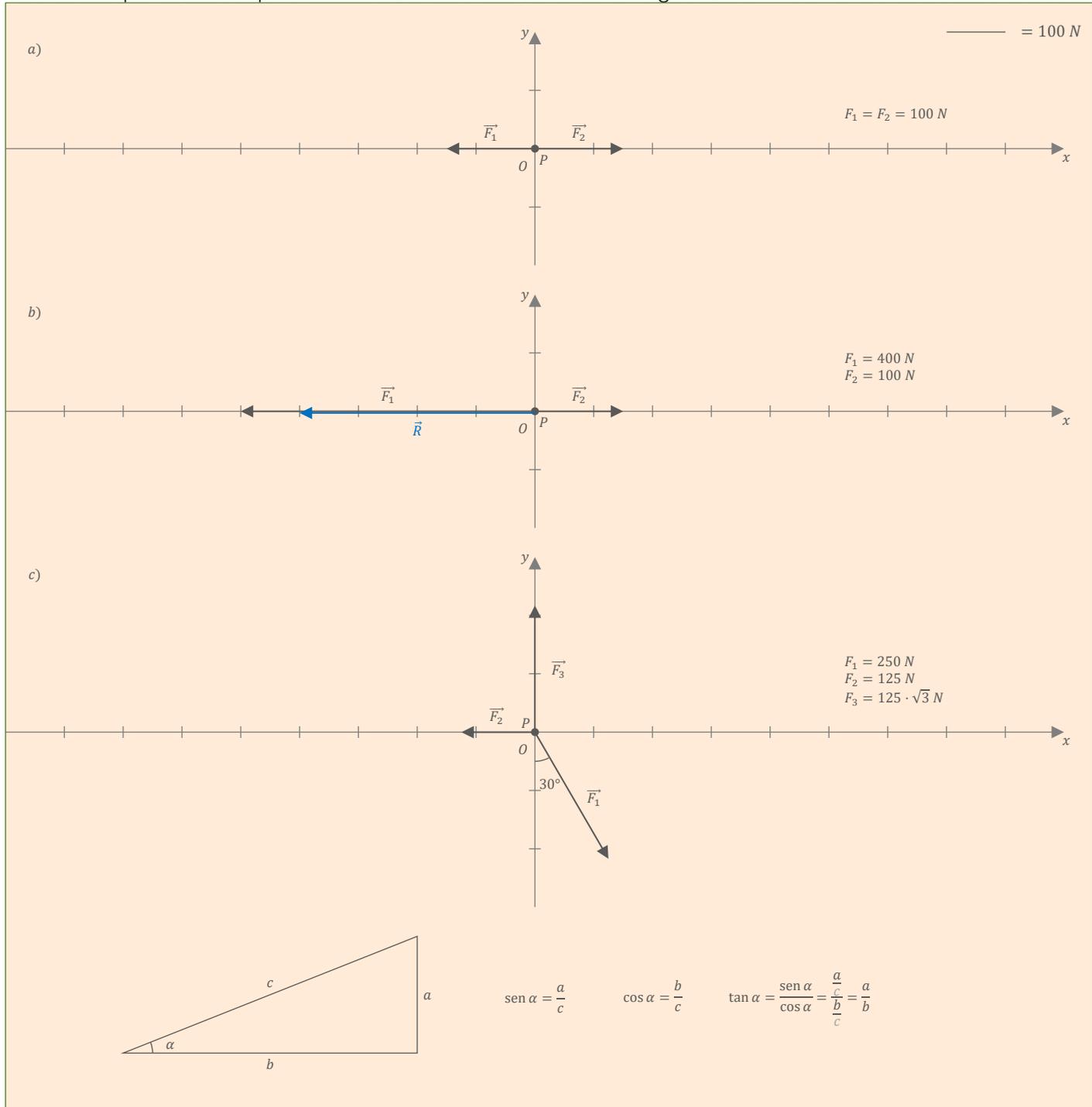
$$\alpha = 68^\circ 43' 12''$$

$$F_e = R = 149,16 \text{ N}$$

$$\varepsilon = \delta + 180^\circ = 248^\circ 43' 12''$$

n.32 – B038018

Stabilisci se il punto P è in equilibrio sotto l'azione delle forze indicate in figura. Determina anche il risultante delle forze.



SVOLGIMENTO

a) $R = 0 \text{ N}$

b) $R = F_1 - F_2 = 500 \text{ N} - 100 \text{ N} = 400 \text{ N}$

c) $F_{1x} = F_1 \cdot \text{cos } \alpha = 250 \text{ N} \cdot \text{cos}(300^\circ) = 250 \text{ N} \cdot 0,5 = 125 \text{ N}$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \text{sen } \alpha = 250 \text{ N} \cdot \text{sen}(300^\circ) = 250 \text{ N} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -125 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

$$F_{2x} = -125 \text{ N}$$

$$F_{2y} = 0 \text{ N}$$

$$F_{3x} = 0 \text{ N}$$

$$F_{3y} = 125 \cdot \sqrt{3} \text{ N}$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 125 \text{ N} - 125 \text{ N} + 0 \text{ N} = 0 \text{ N}$$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = -125 \cdot \sqrt{3} \text{ N} + 0 \text{ N} + 125 \cdot \sqrt{3} \text{ N} = 0 \text{ N}$$

$$R = 0 \text{ N}$$

n.33 – B038020

Su un piano inclinato di 30° è appoggiato un corpo che pesa 20 N . Dopo aver fissato un'opportuna scala di misura, disegna i componenti della forza peso, parallelo e perpendicolare al piano, e calcola la loro intensità.

DATI

$$\alpha = 30^\circ$$

$$P = 20\text{ N}$$

DISEGNARE

 \vec{P}_1 \vec{P}_2

CALCOLARE

 P_1 (la componente di P parallela al piano inclinato)

 P_2 (la componente di P perpendicolare al piano inclinato)

SVOLGIMENTO

——— = 10 N

$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}$ $\text{cos } \alpha = \frac{b}{c}$ $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \text{sen}(\alpha)$$

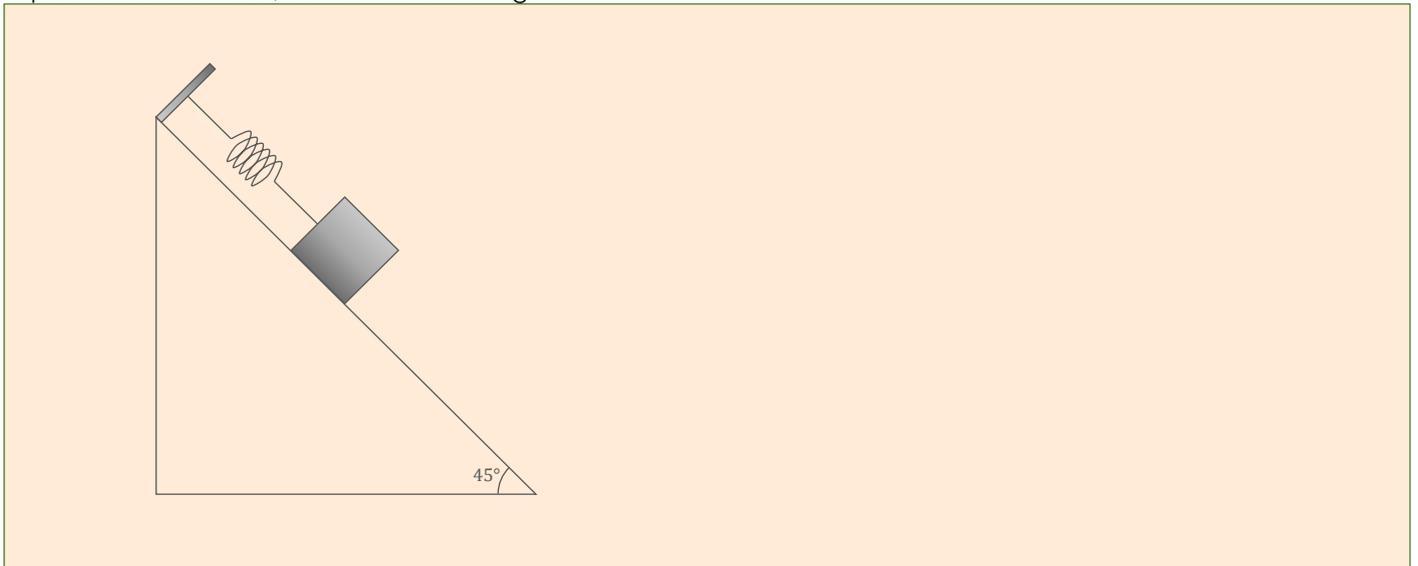
$$P_1 = P \cdot \text{sen}(\alpha) = 20\text{ N} \cdot \text{sen}(30^\circ) = 20^{10}\text{ N} \cdot \frac{1}{2_1} = 10\text{ N}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$P_2 = P \cdot \text{cos}(\alpha) = 20\text{ N} \cdot \text{cos}(\alpha) = 20^{10}\text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2_1} = (10 \cdot \sqrt{3})\text{ N} \approx 17,321\text{ N}$$

n.34 – B038022

Un piano inclinato ha l'angolo acuto alla base di 45° . Un blocco del peso di $1,96\text{ N}$ è appoggiato sul piano ed è tenuto in equilibrio da una molla, come mostrato in figura.



Calcola l'allungamento della molla sapendo che la sua costante di elasticità vale $0,49\text{ N/cm}$.

DATI

$$\alpha = 45^\circ$$

$$P = 1,96\text{ N}$$

$$k = 0,49\text{ N/cm}$$

CALCOLARE

Δl (allungamento subito dalla molla)

SVOLGIMENTO

The diagram shows the same inclined plane setup as above, but with force vectors acting on the block. A vertical vector \vec{P} points downwards from the center of the block. Two other vectors, \vec{P}_1 and \vec{P}_2 , originate from the center of the block and point parallel to the incline, one pointing up and one pointing down. A legend in the top right corner shows a horizontal line segment followed by $= 1\text{ N}$. Below the main diagram is a right-angled triangle with hypotenuse c , vertical side a , and horizontal side b . The angle at the bottom left is α . To the right of this triangle are the trigonometric relations: $\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}$, $\text{cos } \alpha = \frac{b}{c}$, and $\text{tan } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$.

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$P_1 = P_2 = P \cdot \text{sen}(\alpha) = 1,96\text{ N} \cdot \text{sen}(45^\circ) = 1,96\text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (0,98 \cdot \sqrt{2})\text{ N} \approx 1,3859\text{ N}$$

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k}$$

$$\Delta l = \frac{P_1}{k} = \frac{1,3859\text{ N}}{0,49\text{ N/cm}} \approx 2,8284\text{ cm}$$

n.35 – B040002

Determina il risultante di due forze di intensità $F_1 = 40\text{ N}$ e $F_2 = 25\text{ N}$, applicate a un punto P e formanti fra loro un angolo di

- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°

(Si consiglia di disegnare F_1 lungo l'asse x e F_2 che forma l'angolo α rispetto a F_1 . Scomporre F_2 nelle sue componenti F_{2x} e F_{2y} . Indicando con \vec{R} il risultante cercato, si avrà: $R_x = F_1 + F_{2x}$ e $R_y = F_{2y}$. Dai valori delle componenti R_x e R_y si calcola il modulo del vettore \vec{R} .)

DATI

$F_1 = 40\text{ N}$

$F_2 = 25\text{ N}$

$\alpha_1 = 30^\circ$

$\alpha_2 = 45^\circ$

$\alpha_3 = 60^\circ$

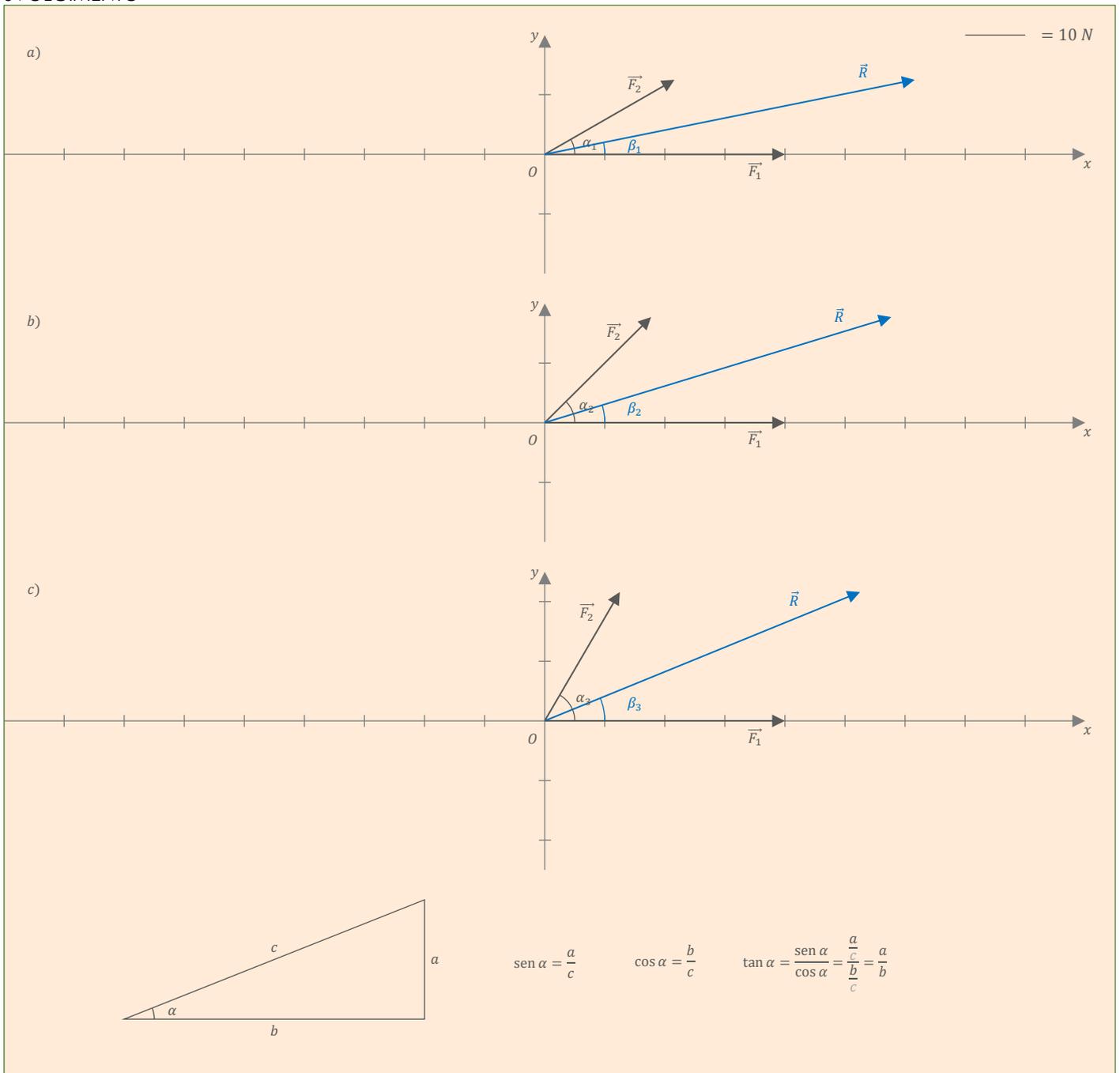
CALCOLARE

R_1 (vettore somma di $F_1 + F_2$ con α_1)

R_2 (vettore somma di $F_1 + F_2$ con α_2)

R_3 (vettore somma di $F_1 + F_2$ con α_3)

SVOLGIMENTO



a)

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos(\alpha_1) = 25 \text{ N} \cdot \cos(30^\circ) = 25 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (12,5 \cdot \sqrt{3}) \text{ N} \approx 21,651 \text{ N}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin(\alpha_1) = 25 \text{ N} \cdot \sin(30^\circ) = 25 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = 12,5 \text{ N}$$

$$R_x = F_1 + F_{2x} = 40 \text{ N} + 21,651 \text{ N} = 61,651 \text{ N}$$

$$R_y = F_{2y} = 12,5 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(61,651 \text{ N})^2 + (12,5 \text{ N})^2} \approx \sqrt{3800,8 \text{ N}^2 + 156,25 \text{ N}^2} \approx \sqrt{3957,1 \text{ N}^2} \approx 62,905 \text{ N}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctan\left(\frac{12,5 \text{ N}}{61,651 \text{ N}}\right) \approx \arctan(0,20275) \approx 11,461^\circ$$

b)

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos(\alpha_1) = 25 \text{ N} \cdot \cos(45^\circ) = 25 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (12,5 \cdot \sqrt{2}) \text{ N} \approx 17,678 \text{ N}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin(\alpha_1) = 25 \text{ N} \cdot \sin(45^\circ) = 25 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (12,5 \cdot \sqrt{2}) \text{ N} \approx 17,678 \text{ N}$$

$$R_x = F_1 + F_{2x} = 40 \text{ N} + 17,678 \text{ N} = 57,678 \text{ N}$$

$$R_y = F_{2y} = 17,678 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(57,678 \text{ N})^2 + (17,678 \text{ N})^2} \approx \sqrt{3326,8 \text{ N}^2 + 312,51 \text{ N}^2} \approx \sqrt{3639,3 \text{ N}^2} \approx 60,327 \text{ N}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctan\left(\frac{17,678 \text{ N}}{57,678 \text{ N}}\right) \approx \arctan(0,30649) \approx 17,04^\circ$$

c)

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos(\alpha_1) = 25 \text{ N} \cdot \cos(60^\circ) = 25 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = 12,5 \text{ N}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin(\alpha_1) = 25 \text{ N} \cdot \sin(60^\circ) = 25 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (12,5 \cdot \sqrt{3}) \text{ N} \approx 21,651 \text{ N}$$

$$R_x = F_1 + F_{2x} = 40 \text{ N} + 12,5 \text{ N} = 52,5 \text{ N}$$

$$R_y = F_{2y} = 21,651 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(52,5 \text{ N})^2 + (21,651 \text{ N})^2} \approx \sqrt{2756,3 \text{ N}^2 + 468,77 \text{ N}^2} \approx \sqrt{3225,1 \text{ N}^2} \approx 56,79 \text{ N}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\beta_3 = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctan\left(\frac{21,651 \text{ N}}{52,5 \text{ N}}\right) = \arctan(0,4124) \approx 22,411^\circ$$

n.36 – B040005

Su un piano inclinato di 45° e lungo 70 cm è appoggiato un corpo di massa 250 g . Una forza di $1,5\text{ N}$, applicata parallelamente al piano e nel verso ascendente, è sufficiente per mantenere il corpo in equilibrio? Giustifica la risposta.

DATI

$$\alpha = 45^\circ$$

$$l = 70\text{ cm}$$

$$m = 250\text{ g}$$

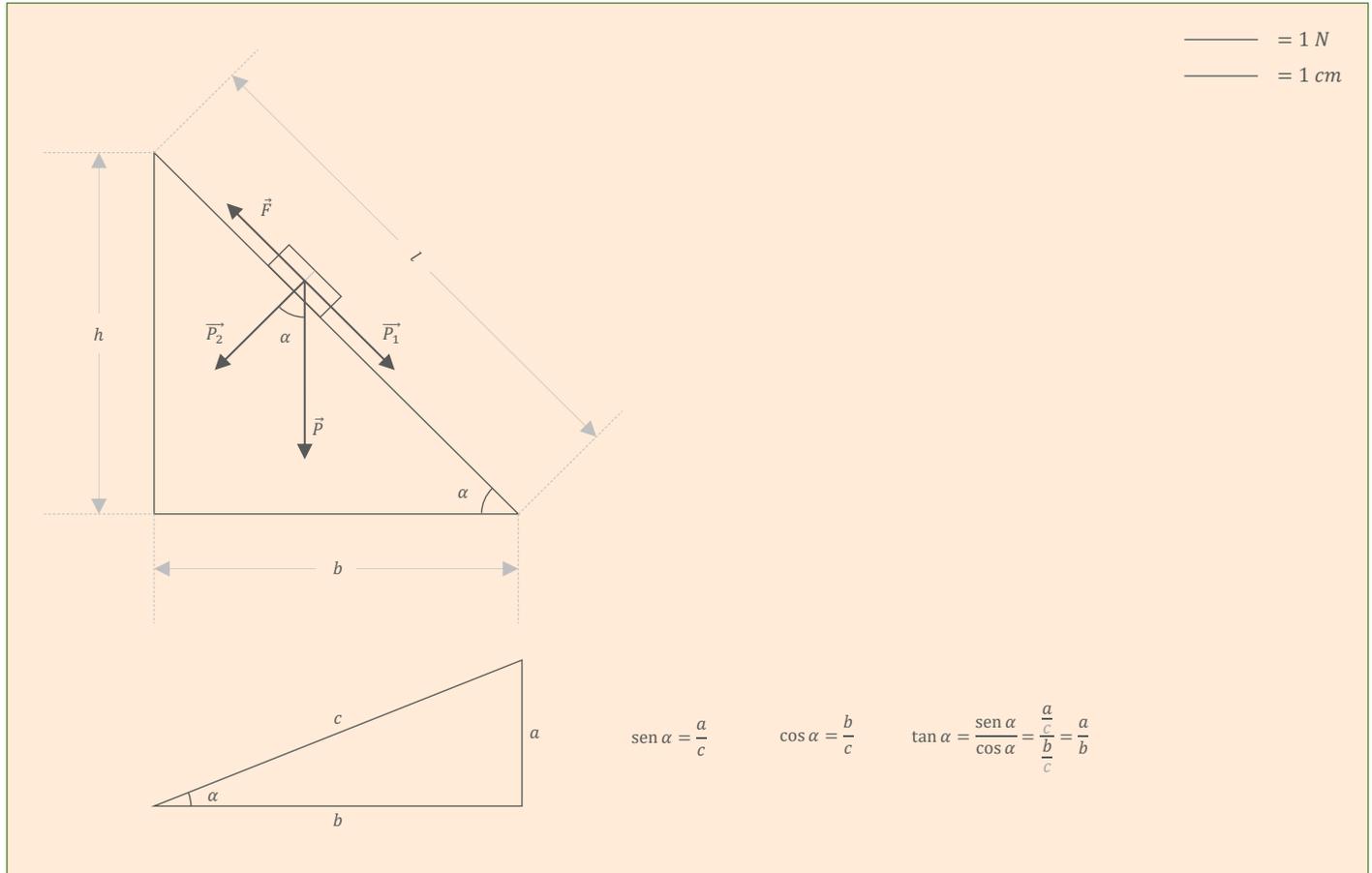
$$F = 1,5\text{ N}$$

F è applicata parallelamente al piano inclinato nel verso ascendente

DETERMINARE

Se la forza F è sufficiente a mantenere il corpo in equilibrio.

SVOLGIMENTO



$$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$h = l \cdot \text{sen}(\alpha) = 70\text{ cm} \cdot \text{sen}(45^\circ) = 70^{35}\text{ cm} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (35 \cdot \sqrt{2})\text{ cm} \approx 49,497\text{ cm}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$b = l \cdot \text{cos}(\alpha) = 70\text{ cm} \cdot \text{cos}(45^\circ) = 70^{35}\text{ cm} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (35 \cdot \sqrt{2})\text{ cm} \approx 49,497\text{ cm}$$

$$m = 250\text{ g} = 0,25\text{ kg}$$

$$P = m \cdot g$$

$$P = 0,25\text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 2,45\text{ N}$$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$P_1 = P \cdot \text{sen}(\alpha) = 2,45\text{ N} \cdot \text{sen}(45^\circ) = 2,45\text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,7324\text{ N}$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$P_2 = P \cdot \text{cos}(\alpha) = 2,45\text{ N} \cdot \text{cos}(45^\circ) = 2,45\text{ N} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,7324\text{ N}$$

La forza F non è sufficiente per mantenere il corpo in equilibrio perché ha intensità minore rispetto alla componente del peso parallela al piano inclinato P_1 ($F < P_1$).

n.37 – B040006

Su un piano inclinato di 30° viene appoggiato un mattone di $2,5 \text{ kg}$: rappresenta con un disegno la situazione. Disegna i componenti della forza peso, parallelo e perpendicolare al piano inclinato. Calcola il valore di questi componenti. Per mantenere il mattone in equilibrio viene sistemata, lungo il piano inclinato, una molla di costante di elasticità $k = 0,49 \text{ N/cm}$. Di quanto risulta allungata la molla? Qual è il significato della costante k ?

DATI

$$\alpha = 30^\circ$$

$$m = 2,5 \text{ kg}$$

$$k = 0,49 \text{ N/cm}$$

DISEGNARE

$$\vec{P}_1$$

$$\vec{P}_2$$

CALCOLARE

P_1 (la componente del peso parallela al piano inclinato)

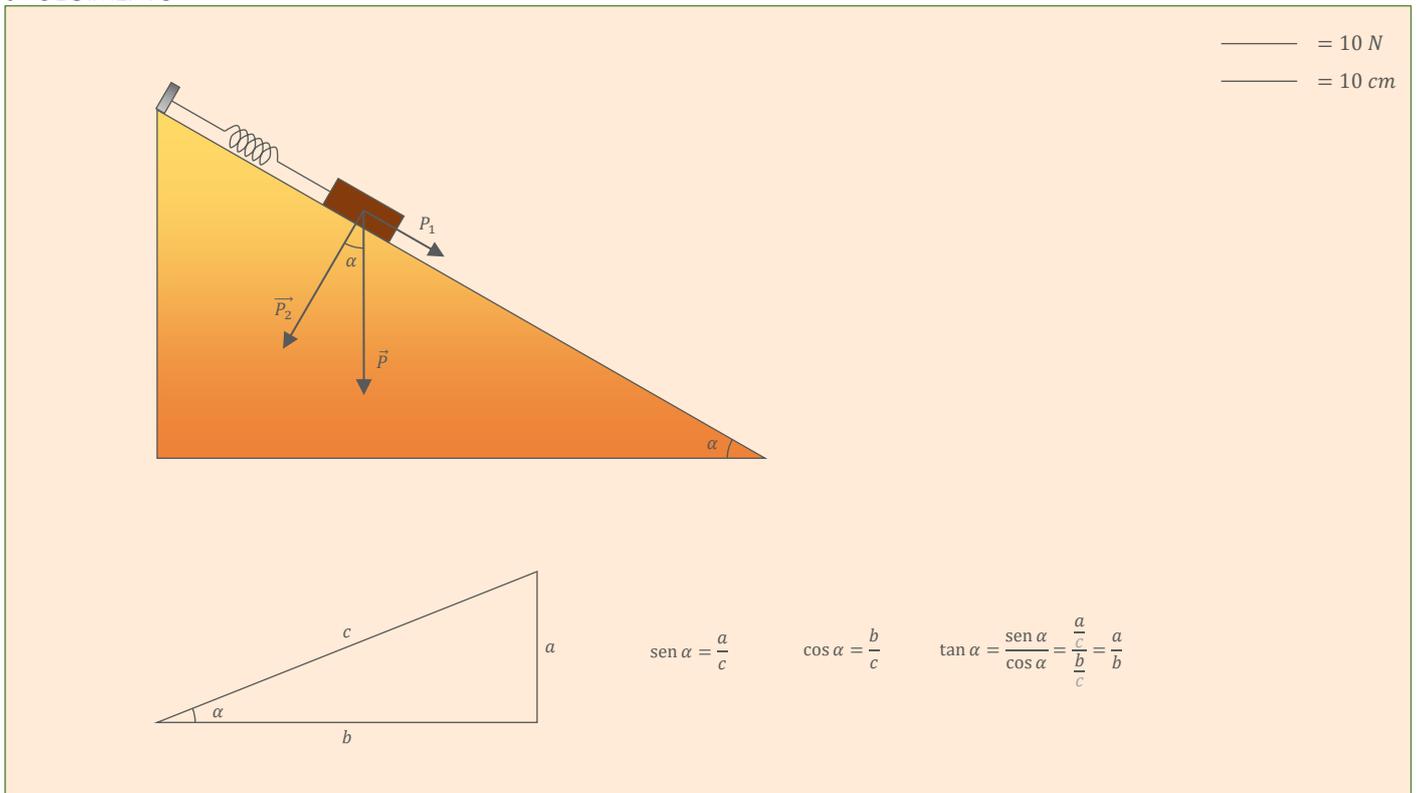
P_2 (la componente del peso perpendicolare al piano inclinato)

Δl (allungamento subito dalla molla)

SPIEGARE

Significato della costante di elasticità k .

SVOLGIMENTO



$$P = m \cdot g$$

$$P = m \cdot g = 2,5 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 24,5 \text{ N}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$P_1 = P \cdot \sin(\alpha) = 24,5 \text{ N} \cdot \sin(30^\circ) = 24,5 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = 12,25 \text{ N}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos(\alpha)$$

$$P_2 = P \cdot \cos(\alpha) = 24,5 \text{ N} \cdot \cos(30^\circ) = 24,5 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (12,25 \cdot \sqrt{3}) \text{ N} \approx 21,218 \text{ N}$$

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k}$$

$$\Delta l = \frac{P_1}{k} = \frac{12,25 \text{ N}}{0,49 \text{ N/cm}} = 25 \text{ cm}$$

n.38 – B040007

Un corpo viene tenuto in equilibrio lungo un piano inclinato da una molla.

Sapendo che il piano inclinato è lungo 20 m ed è inclinato di 30° , determina l'allungamento della molla, sapendo che la sua costante di elasticità vale 2 N/cm e che il blocco pesa 20 N .

DATI

$$l = 20\text{ m}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

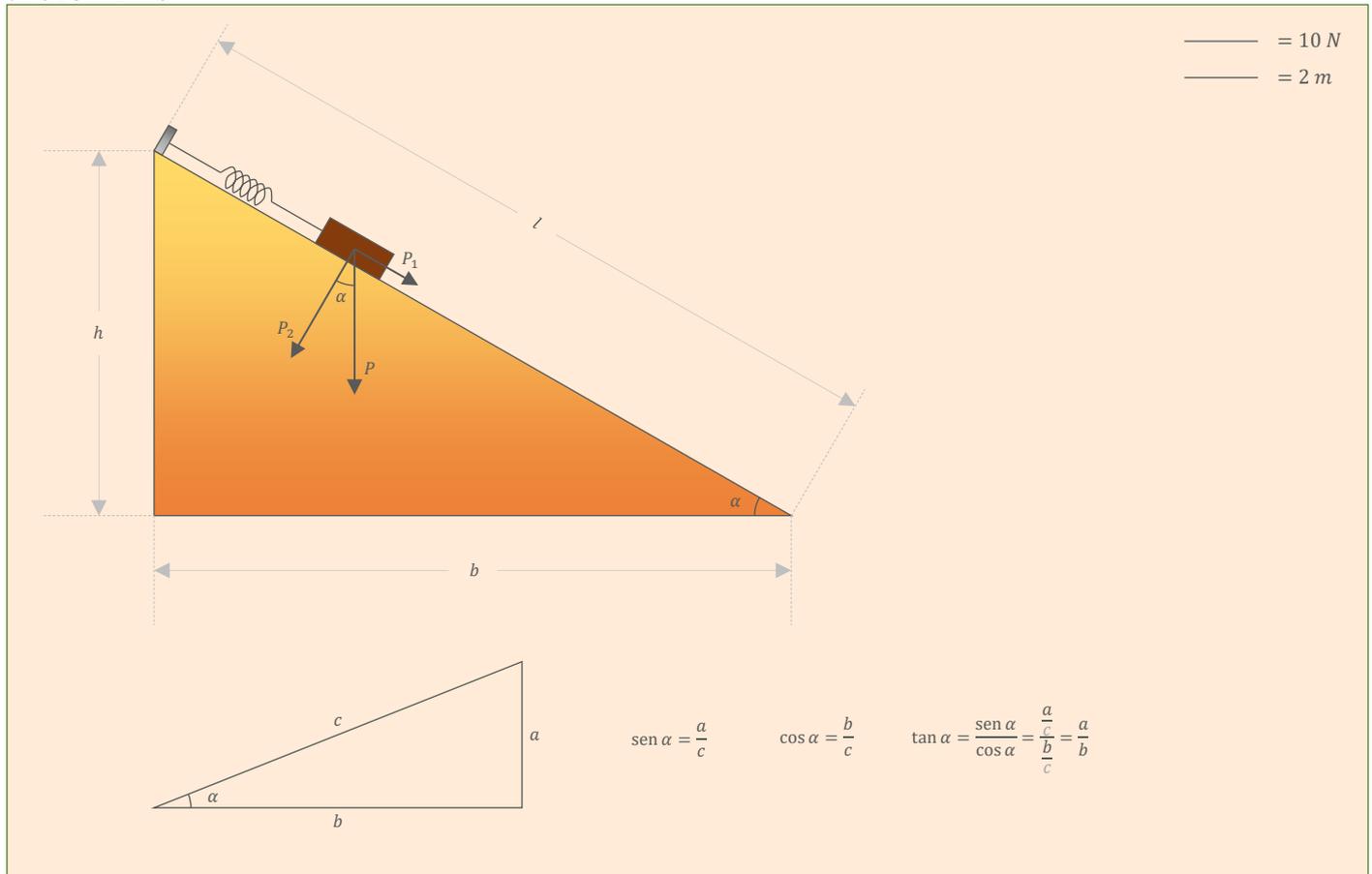
$$k = 2\text{ N/cm}$$

$$P = 20\text{ N}$$

CALCOLARE

Δl (allungamento subito dalla molla)

SVOLGIMENTO



$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$h = l \cdot \sin(\alpha) = 20\text{ m} \cdot \sin(30^\circ) = 20^{10}\text{ m} \cdot \frac{1}{2_1} = 10\text{ m}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \cos(\alpha)$$

$$b = l \cdot \cos(\alpha) = l \cdot \cos(30^\circ) = 20^{10}\text{ m} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2_1} = (10 \cdot \sqrt{3})\text{ m} \approx 17,321\text{ m}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$P_1 = P \cdot \sin(\alpha) = 20\text{ N} \cdot \sin(30^\circ) = 20^{10}\text{ N} \cdot \frac{1}{2_1} = 10\text{ N}$$

$$F = k \cdot \Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{F}{k}$$

$$\Delta l = \frac{P_1}{k} = \frac{10\text{ N}}{2\text{ N/cm}} = 5\text{ cm}$$

